

## ⚡ امتحان الدورة العادية في مقياس تحليل السلاسل الزمنية ⚡

### التمرين الأول: (7 نقاط)

متوسط إنفاق الفرد $Y_t$	متوسط الدخل القابل للتصرف $X_t$	السنة t
75,3	96	2006
85	103,4	2007
87,97	106,4	2008
82	105,7	2009
85,9	107,4	2010
81,4	101,8	2011
86,5	106	2012
87,2	106,2	2013
85,6	105,4	2014
82,5	105,2	2015

تمثل البيانات التالية متوسط إنفاق الفرد  $Y_t$  و متوسط الدخل القابل للتصرف  $X_t$  خلال الفترة (2006-2015):

(1) قدر المعادلتين التاليتين ثم قارن بينهما:

$$(1) \dots\dots\dots Y_t = \alpha + \beta X_t$$

$$(2) \dots\dots\dots Y_t = a + bt, \quad (t=1) \dots\dots\dots 2006$$

(2) إذا علمت أن قيمة متوسط الدخل القابل للتصرف لسنة 2016 هو 85 تنبأ بقيمة إنفاق الفرد باستخدام كل من المعادلتين (1) و (2)

### التمرين الثاني: (9 نقاط)

لتكن لديك المعطيات التالية الخاصة بـ: 100 مشاهدة

$\hat{Y} = \hat{a}_1 X - 6$	$V(Y) = 1000$	$r = 0,866$	$V(X) = 7,5$
-----------------------------	---------------	-------------	--------------

- أوجد المعلمة  $\hat{a}_1$ .

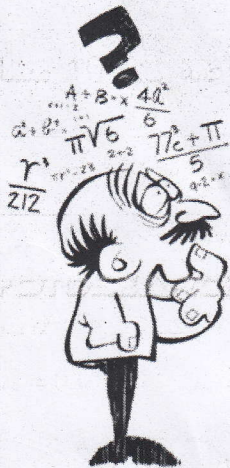
- اختبر معنوية المعلمة  $\hat{a}_1$  ، عند  $\alpha = 0,05$  ، إذا علمت أن  $t_{1,ab} = 1,96$ .

- أوجد مجال الثقة للمعلمة  $a_1$  عند  $\alpha = 0,05$ .

### التمرين الثالث: (4 نقاط)

- ماهي مكونات السلسلة الزمنية؟ مع الشرح

- إذا كانت السيرورة  $Y_t$  من الشكل  $Y_t = \alpha + \beta \varepsilon_t$  و  $\varepsilon_t$  شوشرة بيضاء . هل هذه السيرورة  $Y_t$  ساكنة.



السنوات t	$y_t$	$x_t$	$x_t^2$	$y_t^2$	$y_t \cdot x_t$	$y_t \cdot t$	$t^2$
2006 - 1	75,3	96	9216	5670,09	7228,8	75,3	1
2007 - 2	85	103,4	10691,56	7225	8789	170	4
2008 - 3	87,97	106,4	11320,96	7738,72	9360,008	263,91	9
2009 - 4	82,0	105,7	11172,49	6724,0	8667,4	328	16
2010 - 5	85,9	107,4	11534,76	7378,81	9225,66	429,5	25
2011 - 6	81,4	101,8	10363,24	6625,96	8286,52	488,4	36
2012 - 7	86,5	106,0	11236,0	7482,25	9169	605,5	49
2013 - 8	87,2	106,2	11278,44	7603,84	9260,84	697,6	64
2014 - 9	85,6	105,4	11109,16	7327,36	9022,44	770,4	81
2015 - 10	84,5	105,2	11067,04	6806,25	8679	825	100
$\Sigma =$	839,37	1043,5	108989,65	70582,26	87688,268	4653,61	385

1- تقدير معادلة الانحدار  $y_t = a + bx_t$

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma y_t \cdot x_t - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\Sigma x_t^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{V}(x)} \quad (0,15)$$

$$\hat{\beta} = \frac{87688,268 - 10 \cdot (104,35)(83,937)}{108989,65 - 10(104,35)^2} = 0,996 \quad (0,15)$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_t}{n} = \frac{1043,5}{10} = 104,35 \quad (0,15)$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y_t}{n} = \frac{839,37}{10} = 83,937 \quad (0,15)$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} = 83,937 - 0,996(104,35) \quad (0,15)$$

$$\hat{\alpha} = -19,98 \quad (0,15)$$

$$\hat{y} = -19,98 + 0,996 \cdot x_t$$

$$y_t = \hat{a} + \hat{b}t;$$

2- تقدير معادلة الانحدار العام

$$\hat{b} = \frac{\sum y_i \cdot t_i - n \bar{y} \cdot \bar{t}}{\sum t_i^2 - n \bar{t}^2} = \frac{4653,61 - 10(83,937)(5,5)}{385 - 10(5,5)^2}$$

$$\hat{b} = 0,449$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t} = 83,937 - 0,449(5,5)$$

$$\hat{a} = 81,46$$

$$y_t = 81,46 + 0,449 t_i$$

(2) - التنبؤ بقيمة اتفاق الفزد  
من خلال  $y_t = -19,98 + 0,996 \cdot X_t$

$$y_t = -19,98 + 0,996(85)$$

$$y_t = 64,667$$

من خلال  $y_t = 81,46 + 0,449 t_i$

$$y_t = 81,46 + 0,449(11) = 86,4$$

التنبؤ بين المتغيرات:  
 $\hat{y} = \hat{a}_1 x - b$ ,  $v(y) = 10000$ ,  $r = 0,866$ ,  $v(x) = 7,5$

إيجاد المعاملات:  $\hat{a}_1$

$$\hat{a}_1 = \frac{\text{Cov}(x, y)}{v(x)}$$

إيجاد  $\text{Cov}(x, y)$

$$\text{Cov}(x, y) = r(\sqrt{v(x)} \cdot \sqrt{v(y)})$$

$$= 0,866 \cdot \sqrt{10000} \cdot \sqrt{7,5}$$

مسودة

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{V(X)} = \frac{75,009}{7,5} \approx 10 \quad (0,15)$$

$$y_t = 10x_t - 6 \quad \text{اذن}$$

اختبار  $\beta_1$  :  $H_0: \hat{\beta}_1 = 0$  :  $H_1: \hat{\beta}_1 \neq 0$

$$t_{\text{cal}} = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{V(\hat{\beta}_1)}} \quad (0,15)$$

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{n \cdot V(X)} \quad (0,15) \quad V(X) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}, \quad \sum (y_i - \hat{y}_i)^2? \quad (0,15)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \Rightarrow \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = (1 - R^2) (\sum (y_i - \bar{y})^2) \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = (1 - R^2) (n \cdot V(Y))$$

$$= (1 - (0,866)^2) (100 \cdot 1000)$$

$$\Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = \frac{25000}{98} = 255,102 \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow V(\hat{\beta}_1) = \frac{255,102}{100(7,5)} = 0,34 \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow t_{\text{cal}} = \frac{10}{\sqrt{0,34}} = \frac{10}{0,583} \Rightarrow t_{\text{cal}} = 17,14 \quad (0,15)$$

$$t_{\text{tol}} = 1,96$$

نرفض  $H_0$  لان  $|t_{\text{cal}}| > t_{\text{tol}}$  لذا  $\hat{\beta}_1 \neq 0$  0,15

3- مجال الثقة للمعلمة  $\alpha_1$ :

0,15

$\alpha_1 \in [\alpha_1 \pm t_{n-2}^{\alpha} \sqrt{V(\alpha_1)}]$

$\Rightarrow \alpha_1 \in [10 \pm 1,96 \sqrt{0,34}]$

$\Rightarrow \alpha_1 \in [10 \pm 1,91 \times 0,583]$

1

$\Rightarrow \alpha_1 \in [8,857, 11,142]$

المبرهن الثالث:

مربعات المتسلسلة الزمنية هي:   
\* الاتجاه العام: هو النمو الطبيعي للظاهرة، حيث يعبر عن تطور متغير ما عبر الزمن.

\* التغيرات الموسمية: هي تغيرات تتكرر على نفس الوتيرة كل سنة.

\* التغيرات الدورية: هي تغيرات تتسبب لتغيرات الموسمية إلا أنها تتم في فترات أكبر من سنة.

1

لدينا البسورة  $y_t = \alpha + \beta \epsilon_t$

\* التوقع والرباضي:

$E(y_t) = E(\alpha) + \beta E(\epsilon_t)$

$E(y_t) = \alpha, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

التوقع ثابت ولا يعتمد على الزمن t

\* التباين  $V(y_t)$ :

$V(y_t) = V(\alpha + \beta \epsilon_t) = \beta^2 V(\epsilon_t) = \beta^2 \sigma^2$

أي أن التباين لا يعتمد على الزمن t

\* التغاير الذاتي:

$Cov(y_t, y_{t-k}) = Cov(\alpha + \beta \epsilon_t, \alpha + \beta \epsilon_{t-k}) = 0 \quad \forall k$

أي أن جميع التغيرات الذاتية لا تعتمد على الزمن.

1

1