جامعة الحاج لخضر باتنــة 1
كلية ع الإقتصادية والتجارية و ع التسيير
قسم التعليم الاساسي

مقياس الرياضيات II
سنة أولى
LMD

سلسلـــــة 1

---

* تمـريـن 1:

لتكن $(*)$ عملية داخلية معرفة علي $\mathbb{R}$ كمايلي: $\forall x, y \in \mathbb{R}: x * y = x + y - xy$

1. بين أن العملية $(*)$ تبديلية , تجميعية و تقبل عنصر حيادي , ثم أحسب $x * 1$, هل $(\mathbb{R}, *)$ زمرة؟
2. برهن أن $(\mathbb{R} - \{1\}, *)$ زمرة تبديليـة.

* تمـريـن 2:

لتكن (Δ) عملية داخلية معرفة علي المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ كمايلي: $a \Delta b = a^{\ln b}$ برهن أن $(\mathbb{R}_+^* - \{1\}, \Delta)$ زمرة تبديلية.

* تمـريـن 3:

لتكن $(\mathbb{R}^2, +)$ زمرة تبديلية و لتكن $(\cdot)$ عملية خارجية علي $\mathbb{R}^2$ و المعرفة بـ:

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2: \quad \alpha \cdot (x_1, x_2) = (\alpha x_1, \alpha x_2)$$

بين أن $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ فضاء شعاعي حقيقي.

تمـريـن 4:

من أجل F مجموعة جزئية من $\mathbb{R}^3$ بحيث $F = \{ (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = x_3 - 2x_2 \}$

1. برهن أن F فضاء شعاعي حقيقي .
2. أثبت أن جملـة الأشعـة $\{v_1 = (-2,1,0), v_2 = (1,0,1)\}$ جملة مستقلة خطيا.
3. إسـتنتج أسـاس و بعد F.

تمـريـن 5:

لتكن المجموعة الجزئية D من $\mathbb{R}^2$ و المعرفة بـ: $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x - y = 0\right\}$

1. عين الجملة المولدة لـ D , ماذا تستنتج ؟

تمـريـن 6:

لنعتبر جملة الاشعة $\{v_1 = (1, -1,2), v_2 = (1,1,0), v_3 = (1,0,1)\}$ من $\mathbb{R}^3$

1. ما هي رتبة هذه الجملة؟
2. * كيف نختار قيمة الوسيط الحقيقي α حتي تكون جملة الأشعـة:
$\{u_1 = (0, -1,0), u_2 = (1,0,1 - \alpha), u_3 = (1 + \alpha, 0, -3)\}$ مرتبطة خطيا.
3. من أجل $v = (1,0,0)$ شعاع من $\mathbb{R}^3$, أثبت أن الجملة $B = \{v_1, v_2, v\}$ تشكل أساسا لـ $\mathbb{R}^3$.
4. عيـن إحداثيـات الشعـاع $u = (0,1,0)$ في الأسـاس B .

* تمـريـن 7:

ليكن E فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}^3$ مولد بـالجملة $\{v_1 = (1, -1,2), v_2 = (1,1,0), v_3 = (1,0,1)\}$

1. باستخدام التمرين السابق استنتج أساس و بعد E.
2. عين بعد و أساس الفضاء الشعاعي D المعرف في التمرين 5.

* تمـريـن 8:

ليكن F فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}^3$ بحيث $F = < v_1, v_2 >$ و $v_1 = e_1 - 2e_3, \ v_2 = e_2 + e_3$
أين $\{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ هو الأساس القانوني لـ $\mathbb{R}^3$.

1. أوجد أساسا لـ F, و استنتج $\dim F$.
2. ليكن G فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}^3$ بحيث الجملة $\{(3,2,-4), (1,3,1)\}$ تشكل أساسا لـ G.
   - برهن أن $G = F$.
3. ليكن $D = < e_1 >$
   a. بين أن $D \cap F = \{0_{\mathbb{R}^3}\}$.
   b. استنتج ان $\mathbb{R}^3 = D \oplus F$.

جامعة الحاج لخضر باتنة 1

كلية ع الإقتصادية و التجارية و ع التسيير

قسم التعليم الأساسي

مقياس الرياضيات II

سنة أولى

LMD

سلسلــــــــة 2

تمريـــن1: * أدرس خطيــة التطبيقــات الأتيــة :

-1 $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ حيث: $f(x,y)=(x+2y,2x+y)$

-2 $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ حيث: $f(x,y,z)=(x+1,y+z)$

-3 $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ حيث: $f(x,y)=xy$

تمريــن 2 : ليكن f تطبيــق معــرف كما يلي:

$f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ حيث: $f(x,y,z)=(y+z,x-y)$

- أثبــت أن f خطي .
- عيــن $kerf$, أعــط أســاســا لـ $kerf$ و استنتــج $\dim(kerf)$.
- عيــن Im , أعــط أساسا لـ Imf.
- مــا هي رتبــة f.
- هل f تقــابلــي.
- تحــقق مــن نظــريــة البــعــد.

* نــفــس الأسئلــة إذا علمت أن:

$f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ حيث: $f(x,y)=(x+y,x-y)$

تمريــن 3 : *

-1 أثبــت أن الأشعة التاليــة تشكــل أساسا في $\mathbb{R}^3$:

$U_1=(1,-2,0), U_2=(1,-3,0), U_3=(0,0,1)$

-2 ليكن f تطبيقا من $\mathbb{R}^3$ في نفسها معرف بالشكل الأتي :

$$f(e_1)=(1,-2,0),\ f(e_2)=(0,-1,-1),\ f(e_3)=(2,1,3)$$

1) أحسب $f(U_1),\ f(U_2),\ f(U_3)$.

2) أحسب $f(x,y,z)$ مستنتجا أساسا لـ $f(\mathbb{R}^3)$ و رتبة التطبيق f.

3) *عيــن $kerf$.

تمرين 4:* من أجــل f تــطبيق خطي معرف كمايلي :

$f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ حيث : $f(x,y,z)=(x,2x+z,y+z)$

برهن أن : $dim\mathbb{R}^3=\dim(kerf)+\dim(Imf)$

ملاحــظــة: التماريــن التي تحمــل العلامــة (*) تترك للطلبــة.