

سلسلة خاصة بالتطبيقات الخطية والمصفوفات

تمرين 01: أدرس خطية التطبيقات التالية:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \text{حيث} \quad f(x, y, z) = (-2x, y + 3z) \quad /1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{حيث} \quad g(x) = 3x - 2 \quad /2$$

تمرين 02: ليكن التطبيق الخطي f المعروف كما يلي:

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \text{حيث} \quad f(x, y) = (y, x, x + y)$$

1. عين $\ker f$ واستنتج $\dim(\ker f)$.

2. عين $\text{Im } f$ ، أعط أساسا لـ $\text{Im } f$ واستنتج $\text{rang}(f)$.

3. هل f تقابلي؟

4. هل: $\dim(\mathbb{R}^2) = \dim(\text{Im } f) + \dim(\text{Ker } f)$ ؟

تمرين 03: لتكن المصفوفات:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

(1) أحسب

$$A + B, * A - B, 3A, * 4B, * 3A - 4B, A + C, C.B, B.C, A^t$$

(2) أحسب أثر المصفوفة A أي $\text{Tr}(A)$.

(3) أحسب بعد المصفوفة C .

تمرين 04: أوجد رتبة كل مصفوفة ممايلي:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} * .1$$

تمرين 05: تحقق ما إذا كانت المصفوفتان A و B قابلتين للقلب واحسب المقلوب في حال وجوده.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} / 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} / 1$$

تمرين 06: لتكن الجملة الخطية:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

- (1) هل الجملة تقبل حلا؟
- (2) في حالة الإجابة بنعم أوجد هذا الحل.

تمرين 07: لتكن المصفوفة A المعرفة كمايلي:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1) عين كثير الحدود المميز للمصفوفة A .
- (2) أوجد القيم الذاتية والأشعة الذاتية وكذلك الفضاءات الشعاعية الجزئية الذاتية المرفقة للقيم الذاتية.

ملاحظة: الأسئلة التي عليها علامة * تترك للطلبة.