جامعة باتنة 1 - الحاج لخضر
كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير - قسم التعليم الأساسي

السداسي: 1 **السنة الجامعية:** 2022 \ 2023

المستوى: 1 ليسانس ج. م. **مادة:** الرياضيات 1

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية

أ. د. (4 نقاط)

وضع علامة ✓ أمام الإجابة الصحيحة:

1. عند حساب عدد إمكانيات تشكيل عدد مؤلف من أرقام مختلفة، نستخدم:
   - القائمة ☐
   - الترتيبة ☑ 1 ن
   - التوفيقة ☐
2. تعطى عبارة الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول U_0 وأساسها q من أجل كل عدد طبيعي n على الشكل:
   - $U_n = U_0 \cdot q^n$ ☑ 1 ن
   - $U_n = U_0 + q^n$ ☐
   - $U_n = U_0 + n \cdot q$ ☐
3. تكون الدالة اللوغاريتمية معرفة إذا وفقط إذا كان ما بداخل اللوغاريتم:
   - غير معدوم ☐
   - موجب ☐
   - موجب تماماً ☑ 1 ن
4. نقول عن دالة f أنها تقبل قيمة حدية صغرى عند x_0 إذا وفقط إذا كان $f'(x_0) = 0$ وتحقق:
   - $f''(x_0) = 0$ ☐
   - $f''(x_0) > 0$ ☑ 1 ن
   - $f''(x_0) < 0$ ☐

ت 1 (4 نقاط)

لدينا $E = \{2, 7, 9\}$:

1. عدد الأعداد المؤلفة من 4 أرقام التي يمكن تشكيلها من عناصر المجموعة E هو: 3^4 1 ن
2. عدد الأعداد المؤلفة من 3 أرقام مختلفة يمكن تشكيلها من عناصر المجموعة E هو: $3!$ 1 ن
3. لا يمكن تشكيل عدد مؤلف من 5 أرقام مختلفة من عناصر المجموعة E 1 ن

   التعليل:
   - لأن التكرار غير مسموح كون الأرقام مختلفة 0.5 ن
   - عدد عناصر التشكيلة المطلوبة 5 أكبر من عدد عناصر المجموعة المعطاة E اللتي هي 3 0.5 ن

ت 2 (6 نقاط)

1. لدينا:

$$\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 3}{2} \qquad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- لنبرهن أنه $\forall n \in \mathbb{N} : U_n > -3$

الشرط الإبتدائي: ندرس صحة الخاصية من أجل $n = 0$

لدينا: $U_0 = -2 > -3$ محققة $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

نفرض صحة الخاصية من أجل n أي: $U_n > -3$، لنبرهن صحتها من أجل $n+1$:

$$\begin{aligned} U_n > -3 &\Longleftrightarrow U_n - 3 > -6 \\ &\Longleftrightarrow \frac{U_n - 3}{2} > \frac{-6}{2} = -3 \\ &\Longleftrightarrow U_{n+1} > -3 \end{aligned}$$

نستنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N} : U_n > -3$ $\boxed{1.5 \text{ ن}}$

- لنتحقق ان المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة:

$$U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{2}(U_n + 3) < 0 \quad (\text{لكون: } U_n > -3)$$

إذن المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة $\boxed{1 \text{ ن}}$

2. لدينا:

$$\forall n \in \mathbb{N} : V_n = U_n + 3$$

- لنثبت ان المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية:

$$V_{n+1} = U_{n+1} + 3 = \frac{U_n + 3}{2} = \frac{1}{2} V_n$$

إذن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ $\boxed{0.75 \text{ ن}}$ و حدها الأول:

$$V_0 = U_0 + 3 = 1 \quad \boxed{0.25 \text{ ن}}$$

- كتابة عبارة الحد العام للمتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

$$V_n = V_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \boxed{0.5 \text{ ن}}$$

إستنتاج عبارة الحد العام للمتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

$$V_n = U_n + 3 \Longleftrightarrow U_n = V_n - 3 = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \quad \boxed{0.5 \text{ ن}}$$

- حساب $\lim_{n\to+\infty} U_n$:

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n - 3\right] = -3 \quad \boxed{0.5 \text{ ن}}$$

نستنتج أن المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة $\boxed{0.5\text{ن}}$

ت 3 (6 نقاط)

1. تعيين مجموعة التعريف للدالة f:

f معرفة $\iff x^2+2>0$ (محققة من أجل كل عدد حقيقي x)

إذن: $D_f =]-\infty,+\infty[$ $\boxed{1 \text{ ن}}$

2. حساب المشتقة $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+2} \quad \boxed{1 \text{ ن}}$$

حساب المشتقة $f''(x)$

$$f''(x) = \frac{2\left(x^2+2\right)-2x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{-2x^2+4}{(x^2+2)^2} \quad \boxed{1 \text{ ن}}$$

- لنتحقق أن الدالة f تقبل قيمة حدية:

$$\begin{aligned} f'(x)=0 &\iff 2x=0 \\ &\iff x=0 \end{aligned}$$

إذن f تقبل قيمة حدية عند 0 $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

تعيين القيمة الحدية وتحديد طبيعتها:

$$\begin{cases} f(0)=\ln\left(0^2+2\right)=\ln 2 \\ f''(0)=\dfrac{-2\cdot 0^2+4}{\left(0^2+2\right)^2}=\dfrac{4}{4}=1>0 \end{cases}$$

ومنه الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 وهي $\ln 2$ $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

3. تعيين الدالة الاصلية للدالة $x \mapsto \ln x$:

نضع: $\begin{cases} u=\ln x \\ v'=1 \end{cases}$ نجد: $\begin{cases} u'=\dfrac{1}{x} \\ v=x \end{cases}$ إذن:

$$\int \ln x dx = \int uv'dx = uv - \int u'vdx = x\ln x - \int \frac{1}{x}xdx = x\ln x - \int dx = xlnx - x + c \quad \boxed{1 \text{ ن}}$$

- حساب $\int xf(x)dx$: بوضع: $t=x^2+2$ نجد: $dt=2xdx$ إذن:

$$\begin{aligned} \int_1^{\mathrm{e}} xf(x)dx &= \int_1^{\mathrm{e}} x\ln\left(x^2+2\right)dx \\ &= \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} \ln\left(x^2+2\right)2xdx \qquad \begin{cases} x=1 \Longrightarrow t=1^2+2=3 \\ x=\mathrm{e} \Longrightarrow t=\mathrm{e}^2+2 \end{cases} \\ &= \frac{1}{2}\int_3^{\mathrm{e}^2+2} \ln t dt \\ &= \frac{1}{2}\left[t\ln t - t\right]_3^{\mathrm{e}^2+2} \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(\mathrm{e}^2+2\right)\ln\left(\mathrm{e}^2+2\right)-\left(\mathrm{e}^2+2\right)\right]-\frac{1}{2}(3\ln 3-3) \quad \boxed{1 \text{ ن}} \end{aligned}$$