جامعة باتنة -1- الحاج لخضر

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير — باتنة في: 2023/01/14

قسم: التعليم الأساسي — المدة: ساعة ونصف

امتحان الدورة العادية للسداسي الأول

في مقياس: الإحصاء 1

الأسئلة النظرية: (05 نقاط)

1- متى يتم استخدام معامل الاختلاف لمقارنة تشتت عدة ظواهر اقتصادية؟

2- ما الفرق بين رقمي لاسبير وباش للأسعار؟

3- إذا كانت لديك سلسلة البيانات التالية: 3، 5، 7، 12، 13.

المطلوب: أثبت أن مجموع انحرافاتها عن وسطها الحسابي يساوي الصفر.

4- ما الفرق بين مفهومي: الانحدار والارتباط؟

5- أثبت أنه إذا كان: $Z_i = \frac{X_i - b}{a}$، فإن: $V(X) = a^2 V(Z)$

التمرين الأول: (08 نقاط)

البيانات الواردة في الجدول أدناه تتعلق بعلامات مجموعة مكونة من 50 طالب في مقياس الإحصاء 1 موزعة كما يلي:

e_i: العلامة / 20	]0-4]	]4-8]	]8-10]	]10-12]	]12-16]	]16-20]
$fc_i \nearrow$	02	06	12	22	38	50

المطلوب:

1- أوجد قيمة التكرارات: $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6$

2- أحسب متوسط علامات الطلبة بالطريقة المختصرة.

3- أحسب العلامة التي تحصل عليها أغلب الطلبة.

4- أحسب العلامة التي تقسم العدد الاجمالي للطلبة إلى قسمين متساويين.

5- أحسب التباين، ثم أوجد قيمة الانحراف المعياري.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

إذا كانت لديك نتائج دراسة تم إجراؤها حول العلاقة بين الدخل (X) والاستهلاك (Y) كما يلي:

$$\sum X_i^2 = 520 \times 10^3 DA, \sum Y_i^2 = 570 \times 10^3 DA, \quad \overline{X} = 7 \times 10^3 DA, \quad \overline{Y} = 7.5 \times 10^3 DA,$$
$$\sum X_i Y_i = 540 \times 10^3 \ DA, \quad N = 10$$

المطلوب:

1- أوجد معادلتي: انحدار Y على X وانحدار X على Y.

2- أحسب معامل الارتباط، ماذا تستنتج؟

3- أوجد قيمة الاستهلاك إذا كان الدخل يساوي: 15×10^3 دج.

4- أوجد قيمة الدخل إذا كان الاستهلاك يساوي: 12×10^3 دج.

أساتذة المقياس

بالتوفيق

الإجابة النموذجية للامتحان السداسي
الأول في مقياس: الإحصاء I

الإجابة على المسألة الأولى: (05 نقاط)

1- سنستخدم معامل الاختلاف لمقارنة تشتت عدة ظواهر اقتصادية في حالة اختلاف: في وحدات القياس أو في متوسط الحساب لهذه الظواهر (1)

2- السيد يقوم بترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار في كميات سنة الأساس (0.5)، بينما باش يقوم بترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار في كميات سنة المقارنة. (0.5)

3- الإحصاء يقيس طبيعة العلاقة (طردية/عكسية) بين المتغير التابع والمتغير المستقل. (0.5)

الارتباط: يقيس قوة أو شدة العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل (0.5)

4-
- $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{3+5+7+12+13}{5} = 8$ (0.25) (0.25)
- $\sum (x_i - \bar{x}) = (3-8)+(5-8)+(7-8)+(12-8)+(13-8)$ (0.25) (0.25)
$= -5 - 3 - 1 + 4 + 5 = -9 + 9 = 0$

5- لدينا:

$$V(z) = \frac{\sum n_i (z_i - \bar{z})^2}{N}$$ (0.25)

نعلم أن: $z_i = \frac{x_i - b}{a}$ ، $\bar{z} = \frac{\bar{x} - b}{a}$ (0.25)

$$\Rightarrow V(z) = \frac{\sum n_i \left(\left(\frac{x_i - b}{a}\right) - \left(\frac{\bar{x} - b}{a}\right) \right)^2}{N}$$

بالتبويض نجد أن:

$$\Rightarrow V(z) = \frac{1}{a^2} \frac{\sum n_i (x_i - b - \bar{x} + b)^2}{N}$$ (0.25)

ومنه:

$$\Rightarrow V(z) = \frac{1}{a^2} \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$ (0.25)

$$\Rightarrow V(z) = \frac{1}{a^2} V(x)$$

بالتالي، فإن:

$$\Rightarrow V(x) = a^2 V(z)$$

وهو المطلوب.

حل التمرين الثاني: (08 نقاط)

$z_i = \frac{c_i - b}{a}$

العلامة: x_i /20	n_i	a_i	$\frac{n_i}{a_i}$	c_i	$z_i = \frac{c_i - 11}{4}$	$n_i z_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
]4 - 0]	2	4	0,5	2	-2,25	-4.5	4	8
]8 - 4]	4	4	1	6	-1.25	-5	36	144
]10 - 8]	6	2	d_1 3	9	-0.5	-3	81	486
]12 - 10]	10	2	5	11	0	0	121	1210
]16 - 12]	16	4	d_2 4	14	+0.75	+12	196	3136
]20 - 16]	12	4	3	18	+1.75	+21	324	3888
3	50	/	/		/	+20,5		8872

$fc_i^{\uparrow}$	e_i /20
0	0
2	4
6	8
12	10
22	12
38	16
50	20

$\frac{N}{2} = 25$ Me.x

0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5

1- إيجاد قيمة التكرارات

$n_1 = 2$ (0.25), $n_2 = 6-2 = 4$ (0.25), $n_3 = 12-6 = 6$ (0.25), $n_4 = 22-12 = 10$ (0.25), $n_5 = 38-22 = 16$ (0.25), $n_6 = 50-38 = 12$ (0.25)

2- حساب متوسط علامات الطلبة بالطريقة المختصرة. (0.25)

- $\bar{z} = \frac{\sum n_i z_i}{N} = \frac{20.5}{50} = 0,41$ (0.25)
- $\bar{z} = \frac{\bar{x} - b}{a} \Rightarrow \bar{x} = a\bar{z} + b \Rightarrow \bar{x} = 4(0.41) + 11 \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 12,64/20}$ (0.25)

(0.25) حيث: $\boxed{a=4}$ et $\boxed{b=11}$

3- حساب العلامة التي تحصل عليها أغلب الطلبة: بما أن الجدول غير منتظم، بالتالي نقوم بحساب التكرار المعدل

الفئة المطوالية هي:]12 - 10]

$L = 10$, $d_1 = 5-3 = 2$, $d_2 = 5-4 = 1$, $a = 12-10 = 2$

$Mo.x = L + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a = 10 + \frac{2}{2+1} \times 2 \Rightarrow \boxed{Mo.x = 11.33/20}$ (0.25) (0.25)

بالتالي العدد الأكبر من الطلبة تحصلوا على علامات متساوية: $\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25 \Rightarrow Me.x = e_j + \frac{e_{j+1} - e_j}{fc_{j+1} - fc_j^{\uparrow}} \left(\frac{N}{2} - fc_j^{\uparrow}\right) = 12 + \frac{16-12}{38-22}(25-22) \Rightarrow \boxed{Me.x = 12,75/20}$ (0.25) (0.25)

4- حساب العلامة التي تقسم

5- أ- حساب قيمة التباين:

$V(x) = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{8872}{50} - (12,64)^2 \Rightarrow \boxed{V(x) = 17,6704}$ (0.25) (0.25)

ب- حساب قيمة الانحراف المعياري:

$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{17,6704} \Rightarrow \boxed{\sigma_x = 4.20/20}$ (0.25) (0.25)

حل التمرين الثاني: (7 نقاط)

1- أ- إيجاد معادلة انحدار Y بدلالة X:

* $D_{Y(X)}$: $\hat{y}_i = \hat{b}x_i + a$ (0.5)

• $\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - N\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - N\bar{x}^2} = \frac{540 - 10(7)(7.5)}{520 - 10(7)^2} = \frac{15}{30} \Rightarrow \boxed{\hat{b} = 0.5}$ (0.25) (0.5)

• $\bar{y} = \hat{b}\bar{x} + \hat{a} \Rightarrow \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 7.5 - 0.5(7) \Rightarrow \boxed{\hat{a} = 4}$ (0.25)

$D_{Y(X)}$: $\boxed{\hat{y}_i = 0.5x_i + 4}$ (0.5) ومنه:

ب- إيجاد معادلة انحدار X بدلالة Y:

* $D_{X(Y)}$: $\hat{x}_i = \hat{b}'y_i + \hat{a}'$ (0.5)

• $\hat{b}' = \frac{\sum x_i y_i - N\bar{x}\bar{y}}{\sum y_i^2 - N\bar{y}^2} = \frac{540 - 10(7)(7.5)}{570 - 10(7.5)^2} = \frac{15}{7.5} \Rightarrow \boxed{\hat{b}' = 2}$ (0.25) (0.5)

• $\bar{x} = \hat{b}'\bar{y} + \hat{a}' \Rightarrow \hat{a}' = \bar{x} - \hat{b}'\bar{y} = 7 - (2)(7.5) \Rightarrow \boxed{\hat{a}' = -8}$ (0.25)

$D_{X(Y)}$: $\boxed{\hat{x}_i = 2y_i - 8}$ (0.5) ومنه:

2- حساب معامل الارتباط: (0.5)

$r = +\sqrt{\hat{b} \times \hat{b}'} = \sqrt{0.5 \times 2} = 1$ (0.5)

نستنتج أنه يوجد ارتباط تام موجب بين x و y (0.5)

3- $\hat{y}_i = 0.5x_i + 4 = 0.5(15) + 4 \Rightarrow \boxed{\hat{y}_i = 11.5 \times 10^3 DA}$ (0.5)

4- $\hat{x}_i = 2y_i - 8 = 2(12) - 8 \Rightarrow \boxed{R_i = 16 \times 10^3 DA}$ (0.5)