جامعة باتنة -1- الحاج لخضر

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير باتنة في: 2022/05/16

قسم: التعليم الأساسي المدة: **ساعة**

امتحان السداسي الثاني في مقياس الإحصاء II

الأسئلة النظرية: (05 نقاط)

1- أثبت أن: $P(\emptyset) = 0$

2- برهن أن: $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

3- ما هما الشرطين الأساسيين الواجب توافرهما، لكي تكون الدالة f دالة كثافة احتمالية؟

التمرين الأول: (05 نقاط)

إذا كان A وB حادثين مستقلين، حيث:

$$P(A) = 0.15 \ , \quad P(B) = 0.4$$

المطلوب: أحسب احتمال ما يلي:

$P(A \cap \bar{B})$, $P(A\Delta B)$, $P(^{A}/_{B})$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$,

التمرين الثاني: (05 نقاط)

يحتوي مصنع إنتاج الملابس على ثلاث ألات هي على التوالي: M_1، M_2، M_3. إذا كانت نسبة الإنتاج لكل آلة من الآلات الثلاثة هي على التوالي: **35%، 20%، 45%**. علما أن نسبة الإنتاج التالف في الآلات الثلاثة هو على التوالي: **1%، 3%، 2%**.

إذا تم اختيار وحدة من الوحدات المنتجة عشوائيا.

المطلوب:

1- ما احتمال أن تكون الوحدة المختارة عشوائيا تالفة؟

2- إذا كانت الوحدة المختارة عشوائيا تالفة، فما هو احتمال أن تكون من انتاج الآلة M_2؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

إذا كان لديك قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، كما هو موضح في الجدول أدناه:

X	1	2	3	$\sum$
P(X)	0.285	0.2K	0.571	1

المطلوب:

1- أوجد قيمة الثابت **K**.

2- أحسب قيمة التوقع الرياضي، والانحراف المعياري.

أساتذة المقياس
بالتوفيق

حل جانب النموذجية لامتحان السداسي
الثاني في مقياس: حساب II

حل جانب من المسألة الخطية:

1- إثبات أن: $P(\phi)=0$

لدينا: $S = S \cup \phi \Rightarrow P(S) = P(S \cup \phi)$ (0.5)

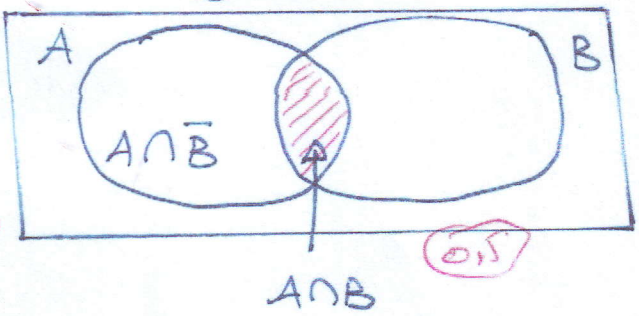
$\Rightarrow P(S) = P(S) + P(\phi)$ (0.5)

حيث أن: S و ϕ حادثتان متنافيتان، وحسب المسلمة الثالثة لـ: كولموغروف، فإن: (0.5)

$P(S) = P(S) + P(\phi) \Rightarrow P(\phi) = P(S) - P(S) = 0$ (0.5) وهو المطلوب

2- البرهان على أن: $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

انطلاقا من شكل Venn أدناه:



لدينا: (0.5)

$A = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)$

$\Rightarrow P(A) = P[(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)]$ (0.5)

$\Rightarrow P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B)$ (0.5)

$\Rightarrow P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$ وهو المطلوب

3- الشرطين الكافيين لكي تكون الدالة f دالة كثافة احتمالية.

الدالة f موجبة على طول مجال تعريفها (0.5)

$\forall x \in X(S) \Rightarrow \begin{cases} * \; f(x) \geq 0 \\ * \; \int_{X(S)} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$ (0.5)

حل التمرين الأول:

$P(A) = 0,15$ ، $P(B) = 0,4$

- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (0.5) لأن A, B مستقلتين
- $\Rightarrow P(A \cap B) = 0,15 \times 0,4$
- $\Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0,06}$ (0.25)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (0.5)
- $\Rightarrow P(A \cup B) = 0,15 + 0,4 - 0,06$
- $\Rightarrow \boxed{P(A \cup B) = 0,49}$ (0.25)
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,49$ (0.5)
- $\Rightarrow \boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,51}$ (0.25)
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,06$ (0.5)
- $\Rightarrow \boxed{P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,94}$ (0.25)
- $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,15 - 0,06$ (0.5)
- $\Rightarrow \boxed{P(A \cap \bar{B}) = 0,09}$ (0.25)
- $P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,49 - 0,06$ (0.5)
- $\Rightarrow \boxed{P(A \Delta B) = 0,43}$ (0.25)
- $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$ (0.25)
- $\Rightarrow \boxed{P(A/B) = 0,15}$ (0.25)

حل التمرين الثاني:

$P(M_1) = 0,35$ ، $P(M_2) = 0,20$ ، $P(M_3) = 0,45$

$P(B/M_1) = 0,01$ ، $P(B/M_2) = 0,03$ ، $P(B/M_3) = 0,02$

1- باعتبار الحادث B: يمثل الوحدة التالفة
بالتالي فإن احتمال أن تكون الوحدة المختارة
بطريقة عشوائية تالفة يساوي إلى:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(M_i) \cdot P(B/M_i) \quad (1)$$

$$\Rightarrow P(B) = P(M_1).P(B/M_1) + P(M_2).P(B/M_2) + P(M_3).P(B/M_3) \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow P(B) = 0,35 \times 0,01 + 0,20 \times 0,03 + 0,45 \times 0,02$$

$$\Rightarrow \boxed{P(B) = 0,0185} \quad (0.5)$$

التعليق: 1.85% من الاقتراحات أن تكون الوحدة
المختارة بطريقة عشوائية تالفة. (0.5)

2- إذا كانت الوحدة المختارة بطريقة عشوائية تالفة،
فإن احتمال أن تكون من انتاج الآلة M_2 يساوي إلى:

$$P(M_2/B) = \frac{P(M_2) \cdot P(B/M_2)}{P(B)} = \frac{0,20 \times 0,03}{0,0185} \quad (1) \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow \boxed{P(M_2/B) = 0,3243} \quad (0.5)$$

التعليق: 32,43% من الاقتراحات أن تكون الوحدة المختارة
بطريقة عشوائية تالفة من انتاج الآلة M_2. (0.5)

حل التمرين الثالث:

x	1	2	3	Σ	
$P(x)$	0,285	0,2k	0,571	1	
$P(x)$	0,285	0,144	0,571	1	(0.5)
$xP(x)$	0,285	0,288	1,713	2,286	(0.5)
x^2	1	4	9	/	(0.5)
$x^2P(x)$	0,285	0,576	5,139	6	(0.5)

1- إيجاد قيمة الثابت k:

لدينا: $0,285 + 0,2k + 0,571 = 1$ (0.5)

$\Rightarrow 0,2k + 0,856 = 1$

$\Rightarrow 0,2k = 0,144$

$\Rightarrow \boxed{k = 0,72}$ (0.5)

2- أ- التوقع الرياضي:

$E(x) = \sum_{i=1}^{3} x P(x) \Rightarrow \boxed{E(x) = 2,286}$ (0.5)

ب- الانحراف المعياري:

لدينا:

- $\sigma_x = \sqrt{V(x)}$ (0.5)
- $V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$ (0.5)

$\Rightarrow V(x) = \Sigma x^2 P(x) - (\Sigma x P(x))^2$

$\Rightarrow V(x) = 6 - (2,286)^2$

$\Rightarrow V(x) = 0,774204$

$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,774204}$

$\Rightarrow \sigma_x = 0,87$ (0.5)