جامعة باتنة 1 - الحاج لخضر
كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير - قسم التعليم الأساسي

السداسي: 2 — السنة الجامعية: 2021 \ 2022

المستوى: 1 ليسانس ج. م. — مادة: الرياضيات 2

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مادة الرياضيات 2

ت 1 (8 نقاط)

لدينا:

$$A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&-1\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\\2&1\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}1&3\\-1&0\end{pmatrix}$$

1. تعيين المصفوفة A^t:

$$A^t=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\\-1&-1\end{pmatrix}$$ 0.5 ن

2. حساب M_1 وM_2:

$$M_1=A^t+B=\begin{pmatrix}1+1&0+0\\0-1&1+1\\-1+2&-1+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\-1&2\\1&0\end{pmatrix}$$ 1 ن

$$M_2=A\cdot B=\begin{pmatrix}1\cdot1+0\cdot(-1)-1\cdot2&1\cdot0+0\cdot1-1\cdot1\\0\cdot1+1\cdot(-1)-1\cdot2&0\cdot0+1\cdot1-1\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-1\\-3&0\end{pmatrix}$$ 1.5 ن

- المصفوفتين المربعتين هما C وM_2 0.5 ن

التعليل:
- عدد أسطر المصفوفة C يساوي عدد أعمدتها ويساوي 2 — 0.75 ن
- عدد أسطر المصفوفة M_2 يساوي عدد أعمدتها ويساوي 2 — 0.75 ن

3. تعيين c_{11}، c_{12}، c_{21} وc_{22}:

$c_{11}=1$ 0.5 ن — $c_{12}=3$ 0.5 ن — $c_{21}=-1$ 0.5 ن — $c_{22}=0$ 0.5 ن

حساب أثر المصفوفة C:

$$\mathrm{Tr}(C)=c_{11}+c_{22}=1+0=1$$ 1 ن

ت 2 (4 نقاط)

لدينا:

$$(\star)\quad\begin{cases}3x-2y+z=6\\2x-3y-z=4\\x+2y+3z=2\end{cases}$$

1. كتابة الجملة (★) على الشكل المصفوفاتي:

$$(\star) \Longleftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}}_{B}$$ 1 ن

2. الجملة (★) لا تقبل حلاً وحيداً. 1 ن

التعليل:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$ 2 ن

ت 3 (8 نقاط)

لدينا:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

1. تعيين P_A:

$$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & -1 & 1 \\ 2 & -\lambda & -2 \\ 3 & -3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)\cdot\begin{vmatrix} -\lambda & -2 \\ -3 & 1-\lambda \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1-\lambda \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -\lambda \\ 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= -\lambda^3 + 4\lambda^2 + 4\lambda - 16$$ 2 ن

2. حساب $P_A(4)$:

$$P_A(4) = -4^3 + 4\cdot 4^2 + 4\cdot 4 - 16 = -64 + 64 + 16 - 16 = 0$$ 1 ن

استنتاج القيم الذاتية للمصفوفة A:

$$\begin{array}{r|l} -\lambda^3 + 4\lambda^2 + 4\lambda - 16 & \lambda - 4 \\ \hline \lambda^3 - 4\lambda^2 & -\lambda^2 + 4 \\ \hline 4\lambda - 16 & \\ -4\lambda + 16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$ 1 ن

$$P_A(\lambda) = 0 \Longleftrightarrow (\lambda - 4)\left(-\lambda^2 + 4\right) = 0$$ 0.5 ن

$$\Longleftrightarrow -(\lambda - 4)(\lambda - 2)(\lambda + 2) = 0$$ 2 ن

$$\Longleftrightarrow \lambda = 4 \vee \lambda = 2 \vee \lambda = -2$$ 1.5 ن

إذن القيم الذاتية للمصفوفة A هي: -2، 2 و4.