جامعة باتنة 1 - الحاج لخضر
كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير - قسم التعليم الأساسي

السداسي: 1 مقياس: الرياضيات 1

المستوى: 1 ليسانس ج. م. السنة الجامعية: 2023 \ 2024

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية

التمرين الأول: (08 نقاط) وضع علامة X أمام الإجابة الصحيحة:

1. إذا علمت أن الترتيب مهم في عملية سحب ما، إذن هنا نتحدث عن: 01ن

☐ توفيقة ☒ ترتيبة ☒ تبديلة

2. عدد التوفيقات ذات 3 عناصر مأخوذة من مجموعة ذات 9 عناصر هو:

☒ C_9^3 ☐ $\frac{9!}{(9-3)!}$ ☒ $\frac{9!}{3!(9-3)!}$

3. كم عدداً مكوناً من رقمين يمكن تكوينه باستخدام الأرقام 7 ، 5 و 3.

☐ $2!$ ☒ 3^2 ☐ C_3^2

4. الجداء $9\times 8\times 7\times 6$ هو:

☐ $9!$ ☒ $\frac{9!}{5!}$ ☒ A_9^4

5. عدد الحدود في منشور $(2x-1)^5$ هو:

☐ 5 ☒ 6 ☐ 4

6. f دالة بحيث: $f(1)=2$ ، $f'(1)=0$ و $f''(1)>0$ ، النقطة $A(1,2)$ هي:

☒ نهاية حدية صغرى ☐ نقطة انعطاف ☐ نهاية حدية عظمى

7. مشتق الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=x^x$ على $\mathbb{R}$ هو:

☐ $2x^{x+2}$ ☐ $(x^2+1)x^{x+1}$ ☒ $(1+lnx)x^x$

8. حلول المعادلة $e^{2x+ln2}=2$ على $\mathbb{R}$ هي:

☒ $S=\{0\}$ ☐ $S=\{0,1\}$ ☐ $S=\{-1,2\}$

- **التمرين الثاني: (07 نقاط)**

لدينا المتتالية (U_n) المعرفة بحدها الاول $U_0 = \alpha$ و بالعلاقة التراجعية: $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2$

1. من أجل: $\alpha = 3$

a) لدينا: $U_1 = U_2 = U_3 = 3$ $\boxed{0,75ن}$

نلاحظ أن الحدود الأولى للمتتالية متساوية و تساوي 3 : $U_1 = U_2 = U_3 = 3$ $\boxed{0,25ن}$

و من العلاقة التراجعية لحدود المتتالية نستنتج أن (U_n) متتالية ثابتة. $\boxed{0,5ن}$

b) لنبرهن بالتراجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}: \ U_n = 3$

- لدينا من أجل $n = 0$: $U_0 = 3$ محققة. $\boxed{0,25ن}$

- لنفرض صحة العلاقة من أجل n أي: $\forall n \in \mathbb{N}: \ U_n = 3$

و لنبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$ أي لنبين أن: $\forall n \in \mathbb{N}: \ U_{n+1} = 3$

لدينا:

$$\begin{aligned}\forall n \in \mathbb{N}: \ U_{n+1} =& \frac{1}{3}U_n + 2 \\ =& \frac{1}{3}3 + 2 \\ =& 3\end{aligned}$$ $\boxed{0,5ن}$

و منه $\forall n \in \mathbb{N}: \ U_n = 3$ أي: (U_n) متتالية ثابتة.

c) لدينا:

$$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n = \underbrace{3 + 3 + ... + 3}_{(n+1)\text{مرة}} = 3(n+1)$$ $\boxed{0,5ن}$

2. لدينا $\alpha = 2$ إذن: $U_0 = 2$

a) لنثبت أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية ولنعين أساسها و حدها الأول.

لدينا:

- $U_0 = 2 \Rightarrow V_0 = U_0 - 3 = -1$ $\boxed{0,25ن}$

-

$$\begin{aligned}V_{n+1} =& U_{n+1} - 3 \\ =& \frac{1}{3}U_n + 2 - 3 \\ =& \frac{1}{3}U_n - 1 \\ =& \frac{1}{3}(U_n - 3) \\ =& \frac{1}{3}V_n\end{aligned}$$ $\boxed{0,5ن}$

و منه المتتالية (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ و حدها الأول $V_0 = -1$ $\boxed{0,25ن}$

b) لدينا:

$$V_n = V_0 q^n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$$ **0,5ن**

$$U_n = V_n + 3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$$ **0,5ن**

c) لدينا:

$$\begin{aligned} S_n =& U_0 + U_1 + \cdots + U_n \\ =& (V_0+3) + (V_1+3) + \cdots + (V_n+3) \\ =& (V_0 + V_1 + \cdots + V_n) + \underbrace{(3+3+ \ldots . + 3)}_{(n+1)\text{حد}} \\ =& V_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + 3(n+1) \\ =& -1 \frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}} + 3(n+1) \\ =& -\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + 3(n+1) \end{aligned}$$

1,25ن

d) لتعيين اتجاه تغير المتتالية (U_n) نحسب:

$$\begin{aligned} U_{n+1} - U_n &= \frac{1}{3}U_n + 2 - U_n \\ &= -\frac{2}{3}U_n + 2 \\ &= -\frac{2}{3}\left(-\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3\right) + 2 \\ &= 2\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - \cancel{2} + \cancel{2} \\ &= 2\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} > 0 \end{aligned}$$

1ن

ومنه (U_n) متزايدة تماما .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. حساب مشتق الدالة الضمنية:

$$2e^{3x} - y\ln x + 5y = 7$$

بالإشتقاق نجد:

$$6e^{3x} - y'\ln x - \frac{y}{x} + 5y' = 0$$

و منه:

$$y'(5 - \ln x) = \frac{y}{x} - 6e^{3x}$$

إذن:

$$y' = \frac{y - 6xe^{3x}}{5x - x\ln x}$$

2ن

2. من أجل الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$$

a) مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

0,5ن

b) اثبات أن:

$$\frac{1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$$

لدينا:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{x - (x-1)}{x(x-1)} = \frac{1}{x(x-1)}$$

0,5ن

c) استنتج التكامل:

$$I = \int \frac{1}{x(x-1)}dx$$

$$\begin{aligned} I = \int \frac{1}{x(x-1)}dx &= \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}\right) dx \\ &= \int \frac{1}{x-1}dx - \int \frac{1}{x}dx \\ &= \ln|x-1| - \ln|x| + c \end{aligned}$$

2ن