

امتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 03

تمرين 01: (6 ن)

إذا كان متوسط وزن النساء الجزائريات اللواتي تتراوح أعمارهن بين 20 و 29 سنة يبلغ 64,1 كلغ، وبانحراف معياري 2,71 كلغ، وعلى اعتبار أن وزن النساء في نفس المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي، فأحسب:

- 1- احتمال أن تكون امرأة سحبت بطريقة عشوائية (من الفئة السنوية المذكورة أعلاه) وزنها أقل من 66 كلغ؟ (2 ن)
- 2- احتمال أن تكون عينة من 49 امرأة لديها وزن متوسط أقل من 63,8 كلغ؟ (1,5 ن)
- 3- احتمال أن يكون متوسط وزن العينة السابقة أقل من 64,5 كلغ وأكبر من 63,5 كلغ؟ (1,5 ن)
- 4- ما هي أفضل أنواع العينات؟ ولماذا؟ (1 ن)

تمرين 02: (7 ن)

يتبع وزن لاعبي كرة القدم في إحدى البطولات العالمية المحترفة التوزيع الطبيعي، بمتوسط 76,6 كغ، فإذا علمت بأن 80% من اللاعبين يتراوح وزنهم بين 68 كغ و 82 كغ، وإذا علمت أن احتمال أن يكون وزن اللاعب أقل من 68 كغ هو 0,05.

- 1- أحسب احتمال أن يكون وزن لاعب سحب بطريقة عشوائية أكبر من 82 كغ؟ (2 ن)
- 2- أوجد الانحراف المعياري لأوزان اللاعبين في هذه البطولة؟ (2 ن)
- 3- أوجد القيمة الاحتمالية لما $x=69 \text{ kg}$ ، أي $p(x = 69)$ ؟ (1 ن)
- 4- ما هي معالم التوزيع الطبيعي؟ (2 ن)

تمرين 03: (7 ن)

تدعي شركة لتصنيع المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر أحد أنواع المصابيح يتعدى 750 ساعة، تقدم مجموعة من الزبائن بشكوى ضد ادعاء الشركة، ولذا تم سحب عينة عشوائية مكونة من 36 مصباح، فوجد بأن العمر المتوسط لهذه العينة هو 745 ساعة، وبانحراف معياري 60 ساعة.

- 1- هل يمكن اعتبار أن هذا دليلاً كافياً لرفض ادعاء الشركة وذلك عند مستوى معنوية 5%؟ (3 ن)
- 2- أوجد مجال الثقة عند مستوى 95%؟ (2 ن)
- 3- ما المقصود بالخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني؟ (2 ن)

ملاحظة: تجدون في ظهر الورقة جدول التوزيع الطبيعي المعياري،

تنويه: يرجى من الطلبة الأجزاء فضلاً وليس أمراً الترحم على روح أستاذنا الراحل مسعود زموري .

الإجابة النموذجية امتحان الإحصاء 3 (الدورة العادية) 2023-01-29

حل التمرين الأول:

1) $X \sim N(\mu, \sigma) / \mu = 64,1; \sigma = 2,71$

$X \sim N(64,1, 2,71)$

$Z \sim N(0,1) / Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$.

$P(X \leq 66) = P\left(Z \leq \frac{66-64,1}{2,71}\right) = 0,7580$ ن 02

2) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{x}}) / \mu_{\bar{x}} = 64,1; \sigma_{\bar{x}} = \frac{2,71}{\sqrt{49}}$

$\bar{X} \sim N(64,1 ; 0,387)$

$Z \sim N(0,1) / Z = \frac{\bar{X}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$.

$P(\bar{X} \leq 63,8) = P\left(Z \leq \frac{63,8 - 64,1}{0,387}\right) = P(Z \leq -0,77) = P(Z \geq 0,77)$
 $= 1 - \pi(0,77) = 1 - 0,7794 = 0,2206$ ن 1,5

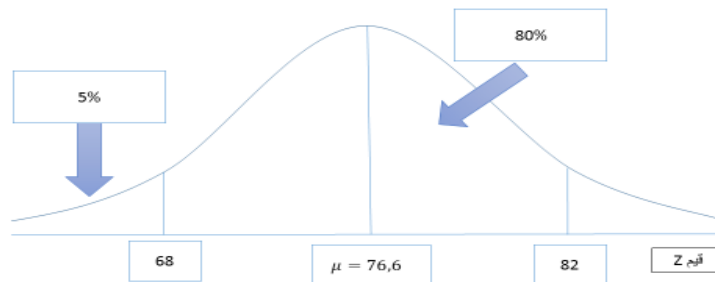
3) $P(63,5 \leq \bar{X} \leq 64,5) = P\left(\frac{63,5-64,1}{0,387} \leq Z \leq \frac{64,5-64,1}{0,387}\right) = P(-1,55 \leq Z \leq 1,03) = \pi(1,03) - \pi(-1,55) = \pi(1,03) - [1 - \pi(1,55)] = \pi(1,03) - 1 + \pi(1,55) = 0,8485 + 0,9394 - 1 = 0,7879$ ن 1,5

4) أفضل أنواع العينات هي: العينة الاحتمالية العشوائية لان جميع مفردات المجتمع لديها نفس الفرصة للظهور في

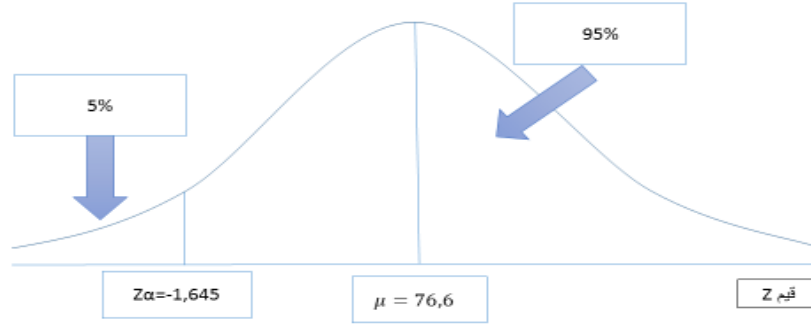
العينه. ن 01

حل التمرين 02:

1) $P(X \geq 82) = 1 - 0,8 - 0,05 = 0,15$ ن 02



(2) لايجاد الانحراف المعياري فإنه يتعين علينا إيجاد المساحة من الجدول والتي يكون فيها وزن اللاعبين أقل من 68 كغ، والموافقة للقيمة الاحتمالية 0,05 ، ولذا يجب علينا ابتداءً إيجاد القيمة المعيارية التي تعطينا نفس القيمة الاحتمالية.



$$Z_{\alpha} = \frac{X - \mu}{\sigma} = -1,645 = \frac{68 - 76,6}{\sigma}$$

$$\Rightarrow \sigma = 5,22 \quad \text{ن 02}$$

3) $P(X = 69) = \frac{1}{\infty} = 0 \quad \text{ن 01}$

لأن قوانين الاحتمالات المستمرة لا تأخذ في الاعتبار النقاط بل تأخذ قيمتها في مجال.

ن 02

(4) معالم التوزيع الطبيعي المعياري هي: $X \sim N(\mu, \sigma)$ ، الوسط الحسابي: μ ، والانحراف المعياري σ .

التمرين 3:

أ. المعطيات: $\mu_0 = 750, \bar{x} = 745, \sigma = 60, n = 36, \alpha = 5\%, 1 - \alpha = 95\%$
 صياغة الفرضيات: (1)

$$H_0: \mu \geq 750$$

ن 0,5

$$H_1: \mu < 750$$

(2) تحديد التوزيع المتبع:

0,5 ن

بما أن $n > 30$ ، فإننا نتبع التوزيع الطبيعي، وبما أن $\alpha = 5\%$ ، $1 - \alpha = 95\%$

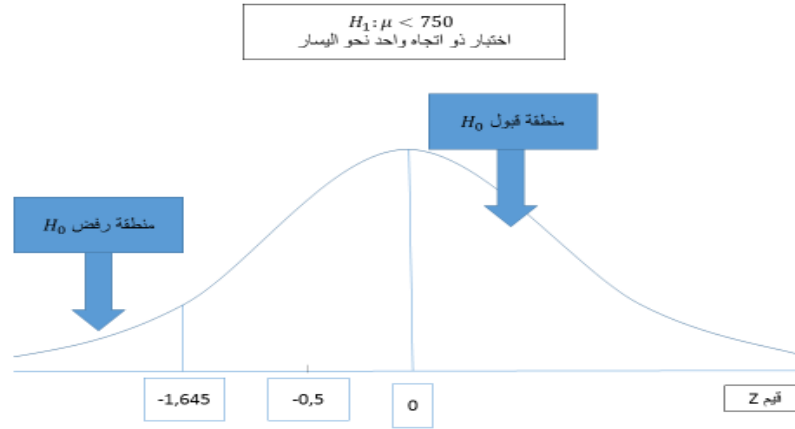
(3) حساب احصاء الاختبار:

بما أن $n > 30$ ، فإننا Z المحسوبة تعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{745 - 750}{10} = -0,5$$

01 ن

(4) تحديد القيم الحرجة:



0,5 ن

(5) اتخاذ القرار:

بما أن Z المحسوبة تقع في منطقة في منطقة رفض H_0 ، فإننا نقبل H_1 والذي يفيد بأن ادعاء المؤسسة صحيح، والشكوى المقدمة غير صحيحة.

0,5 ن

ب. فترة الثقة عند مستوى 95%:

$$I_{1-\alpha} = [\bar{X} - 1,96 \sigma_{\bar{X}} ; \bar{X} + 1,96 \sigma_{\bar{X}}]$$

$$I_{1-\alpha} = [745 - 1,96 (10) ; 745 + 1,96 (10)]$$

$$I_{1-\alpha} = [725,4 ; 764,6]$$

02 ن

ج. يشير الخطأ من النوع الأول إلى رفض فرض صحيح. ويشير الخطأ من النوع الثاني إلى قبول فرض خاطئ. وفي التحليل الإحصائي، يمكننا ضبط أو تحديد احتمال الخطأ من النوع الأول أو النوع الثاني. وعادة نعبر عن احتمال الخطأ من النوع الأول أو النوع الثاني. وعادة نعبر عن احتمال الخطأ من النوع الأول بالحرف اليوناني ألفا (α).

02 ن

بينما نعبر عن احتمال الخطأ من النوع الثاني بحرف بيتا (β).