كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

قسم التجارة و قسم العلوم الاقتصادية

الاجابة النموذجية لإمتحان السداسي الثالث في مقياس الاحصاء03

السنة الثانية ل.م.د علوم تجارية و علوم اقتصادية

التمرين الأول اجباري (06 ن)

- أحسب الاحتمال: $P(-02,25 < Z < 02,85)$ ..... **(01 ن)**

$$P(-2.25 \prec z \prec 2.85) = P(Z \prec 2.85) - P(Z \prec -2.25) = P(Z \prec 2.85) - \left[1 - P(Z \prec 2.25)\right]$$
$$= 0.9978 - 1 + 0.9877 = 0.9855.$$

- القيمة المعيارية z_0 في الحالة التالية : $P(Z \leq z_0) = 0,9599$

من خلال قيمة الاحتمال تتضح ان قيمة z_0 تقع على يمين المنحنى من الجدول نجد بالاسقاط نجد .

$z_0 = 1.75$ ..... **(01 ن)**

1. خصائص المقدر الجيد هي: عدم التحيز، الكفاءة، الاتساق و الكفاية .....**(02 ن)**
2. يتم استخدام توزيع ستيودنت في عملية التقدير أو اختبار الفرضيات:

اذا كان **تباين المجتمع مجهول** و **حجم العينة صغير أقل من 30** مشاهدة.....**(01 ن)**

3. الخطأ من النوع الأول في اختبار الفرضيات: هو نتائج العينة تودي إلى **رفض فرض العدم** مع العلم ان **الفرض العدم صحيح في الواقع..... (01 ن)**

التمرين الثاني اجباري: (08ن)

لدينا من معطيات التمرين

المجتمع الاول:

X_1: متغير عشوائي يمثل حضور الطلبة بقسم العلوم التجارية.

$N_1 = 215, X_1 = 25, n_1 = 50$

المجتمع الثاني:

X_2: متغير عشوائي يمثل حضور الطلبة بقسم العلوم الاقتصادية

$N_2 = 191, X_2 = 20, n_2 = 50$

أولا حساب نسبة المجتمع الأول والثاني :

المجتمع الأول: $P_1 = \frac{X_1}{N_1} = \frac{25}{215} = 0.1162$ **(01 ن)**

ونعلم أن

$$P_1 + q_1 = 01 \Rightarrow q_1 = 01 - P_1 \Rightarrow q_1 = 01 - 0.1162 = 0.8838$$

المجتمع الثاني: $P_2 = \frac{X_2}{N_2} = \frac{20}{191} = 0.1047$ **(01 ن)**

ونعلم أن

$$P_2 + q_2 = 01 \Rightarrow q_2 = 01 - P_2 \Rightarrow q_2 = 01 - 0.1047 = 0.8953$$

1. إيجاد توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين: بما ان المجتمعين يخضعان الى توزيع مجهول ولمعرفة توزيع المعاينة نستعين **بنظرية النهاية المركزية**

المجتمع الاول: بتطبيق نظرية النهاية المركزية $\left.\begin{array}{l} n_1p_1 = 0.1162\times 50 = 5.81 \geq 05 \\ n_1q_1 = 0.8838\times 50 = 44.19 \geq 05 \end{array}\right\}$

إذن توزيع المعاينة للنسبة ل $\hat{P}_1$ يخضع للتوزيع الطبيعي **ليست مطلوبة من الطالب**

المجتمع الثاني: بتطبيق نظرية النهاية المركزية $\left.\begin{array}{l} n_2p_2 = 0.1047\times 50 = 5.23 \geq 05 \\ n_2q_2 = 0.8953\times 50 = 44.76 \geq 05 \end{array}\right\}$

إذن توزيع المعاينة للنسبة ل $\hat{P}_2$ يخضع للتوزيع الطبيعي

مادام توزيع المعاينة للنسبة للعينة الاولى يخضع للتوزيع الطبيعي وتوزيع المعاينة للنسبة للعينة الثانية يخضع للتوزيع الطبيعي فان الفرق يعتبر متغير عشوائي جديد يخضع هو الاخر للتوزيع الطبيعي كالتالي:

$$\hat{P}_1-\hat{P}_2 \sim N\left(\mu\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right),\sigma^2\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)\right)$$

إيجاد معلمتي التوزيع للمتغير العشوائي الجديد $\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)$

التوقع الرياضي:

$$\mu\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)=\mu\left(\hat{P}_1\right)-\mu\left(\hat{P}_2\right)=P_1-P_2=0.1162-0.1047=0.0115 \quad \textbf{(ن 01)}$$

التباين: بما ان المجتمعين محدودين والسحب مع عدم الارجاع (الشرطان الكافيان محققان) ننتقل الى الشرط اللازم (كسر المعاينة)

كسر المعاينة للمجتمع الاول: $\frac{n_1}{N_1}=\frac{50}{215}=0.23>0.05$ اذن الشرط محقق نستخدم معامل التصحيح ا (ن 0.5)

الارجاع

كسر المعاينة للمجتمع الثاني: $\frac{n_2}{N_2}=\frac{50}{191}=0.26>0.05$ اذن الشرط محقق نستخدم معامل التصحيح او

الارجاع (ن 0.5)

$$\sigma^2\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)=\frac{P_1(1-P_1)}{n_1}\times\frac{N_1-n_1}{N_1-1}+\frac{P_2(1-P_2)}{n_2}\times\frac{N_2-n_2}{N_2-1} \quad \textbf{(ن 01)}$$

$$=\frac{0.1162(1-0.1162)}{50}\times\frac{215-50}{215-1}+\frac{0.1047(1-0.1047)}{50}\times\frac{191-50}{191-1} \quad \textbf{(ن 01)}$$ 6.

$$\Rightarrow \sigma\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)=\sqrt{0.1116}=0.3340$$

إذن توزيع المعاينة هو $\hat{P}_1-\hat{P}_2 \sim N(0.0115,0.1116)$

3-حساب احتمال أن يكون الفرق بين نسبتي العينتين محصور بين 05% و10%

لحساب الاحتمال نستعين بالمتغير العشوائي (Z)

$$Z=\frac{\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)-\left(P_1-P_2\right)}{\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1}\times\frac{N_1-n_1}{N_1-1}+\frac{P_2(1-P_2)}{n_2}\times\frac{N_2-n_2}{N_2-1}}} \sim N(0,1) \quad \textbf{(ن 01)}$$

$$P\left(0.05\leq\hat{P}_1-\hat{P}_2\leq 0.10\right)=P\left(\frac{0.05-0.0115}{0.3340}\leq Z\leq\frac{0.10-0.0115}{0.3340}\right)=P(0.1152\leq Z\leq 0.26)$$

$$=F(0.26)-F(0.11)=0.6025-0.5438=0.0587 \quad \textbf{(ن 01)}$$

التمرين الثالث (06 اختياري)

لدينا من معطيات التمرين ما يلي: $\mu=11.20,\sigma=5$

1. إيجاد توزيع المعاينة المتوسط الحسابي للعينة $\overline{X}$

بما أن المجتمع يخضع للتوزيع الطبيعي فإن توزيع المعاينة سوف يخضع هو الآخر للتوزيع الطبيعي

$$\overline{X}\sim N\left(\mu_{\overline{X}},\sigma^2_{\overline{X}}\right)$$ (ن 01)

$$\mu_{\overline{X}}=\mu=11.20$$ (ن 01)

.....

التباين: بما أن المجتمع غيرمحدود فإننا لا نستخدم معامل التصحيح

$$\sigma^2_{\overline{X}}=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{(5)^2}{150}=0.1666\Rightarrow\sigma_{\overline{X}}=\sqrt{0.1666}=0.4081$$ (ن 01)

إذن $\overline{X}\sim N(11.20,0.1666)$ و $Z=\frac{\overline{X}_i-\mu_{\overline{X}}}{\sigma_{\overline{X}}}\sim N(0,1)$ (ن 01)

2. نسبة الطلبة الذين يكون متوسط معدلاتهم في هذه العينة أكبر من **12**

$$P\left(\overline{X}\succ 12\right)=P\left(Z\succ\frac{12-11.20}{0.4081}\right)=P(Z\succ 1.96)=1-P(Z\leq 1.96)=1-0.975=0.025$$ (ن 02)

التمرين الرابع: (06 ن اختياري)

ايجاد مجال الثقة لمتوسط العمر الزمني لهذه المصابيح بدرجة ثقة 95%؟

لدينا من معطيات التمرين ما يلي: $N=1280,\overline{X}=360,n=50$

إيجاد تقدير فترة الثقة 95% لمتوسط العمر الزمني لهذه المصابيح: بما أن المجتمع يخضع للتوزيع الطبيعي بتباين معلوم وحجم العينة أكبر تماما من 30 فان معادلة التقدير تكون بالعلاقة التالية:

$$P\left(\overline{X}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\overline{X}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$ (ن 02)

بما أن $\%95=(1-\alpha)$

إذن $0.95=\alpha-1\Leftarrow 0.05=\alpha$

وبالتالي فان الدرجة المعيارية تساوي $Z_{1-\frac{0,05}{2}}=Z_{0,975}=1,960$ (ن 01)

بعد ذلك نحسب الحد الادنى والاعلى لفترة التقدير كمايلي

$$L=\overline{X}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow L=360-(01.960)\frac{18}{\sqrt{50}}=355.02$$ (ن 01.5)

$$U=\overline{X}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow U=360+(01.960)\frac{18}{\sqrt{50}}=364.98$$ (ن 01.5)

وبالتعويض في العلاقة الاساسية نجد: $P(355.02\leq\mu\leq 364.98)=0.95$

الاستنتاج: نحن متأكدون بدرجة ثقة 95% ان متوسط العمر الزمني لهذه المصابيح لن يقل عن 355.02 ساعة ولا يزيد عن 364.98 ساعة.