جامعة باتنـــــــــــــة 1

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير — باتنة في: 2023/05/29

قسم: التعليم الأساسي — المدة: ساعة ونصف

امتحان السداسي الثاني في مقياس: الإحصاء 2

الأسئلة النظرية: (05 نقاط)

1- أثبت أن: $P(\phi) = 0$
2- برهن أن: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
3- ما هما الشرطين الأساسيين الواجب توافرهما لكي تكون الدالة f دالة كثافة احتمالية.
4- ما الفرق بين الحادث البسيط والمركب؟
5- ما الفرق بين الحوادث المستقلة والمتنافية؟

التمرين الأول: (05 نقاط)

إذا كان **A** و**B** حادثين حيث: $P(A) = 0.5 \quad P(B) = 0.6 \quad P(A \cap B) = 0.3$

المطلوب: أحسب احتمال ما يلي:

$$P(A \cup B), \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}), \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}), \quad P(A \cap \bar{B}), \quad P(^{A}/_{B})$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في مصنع لإنتاج الملابس، تنتج الآلة A_1 **35%** من الإنتاج الكلي للمصنع، بينما تنتج الآلة A_2 **20%** من الإنتاج الكلي للمصنع، كما نجد أن الآلة A_3 تنتج **45%** من الإنتاج الكلي للمصنع: علما أن نسبة الإنتاج التالف للآلات الثلاثة: A_1، A_2، A_3 يقدر بـ: **1%، 3%، 2%** على التوالي.

المطلوب:

1- ما احتمال أن تكون الوحدة المنتجة تالفة، ماذا تستنتج؟
2- إذا كانت الوحدة المنتجة تالفة، فما احتمال أن تكون من انتاج الآلة A_2، ماذا تستنتج؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول أدناه قانون الاحتمال للمتغير العشوائي المتقطع X كما يلي:

X	1	2	3	$\sum$
$P(X = x_i)$	0.285	0.2K	0.571	1

المطلوب:

1- أوجد الثابت K.
2- أوجد كل من: التوقع الرياضي $E(x)$، والانحراف المعياري σx.

أساتذة المقياس
بالتوفيق

الحل النموذجي لامتحان السداسي الثاني في مقياس: الاحصاء 2

الإجابة على الأسئلة:

1- إثبات أن: $P(\phi)=0$

لدينا: $S = S \cup \phi \Rightarrow P(S) = P(S \cup \phi)$ (1)

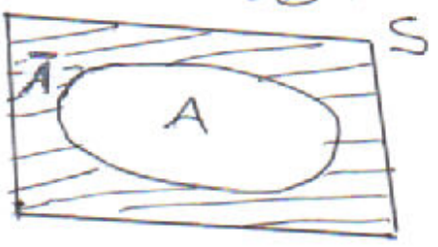
حالان S و ϕ حادثين متنافيين، بالتالي فإنه حسب المسلمة الثانية لـ: كولموغوروف، فإن:

$P(S) = P(S) + P(\phi) \Rightarrow P(\phi) = P(S) - P(S) = 0$ وهو المطلوب

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

2- البرهان على أن:

لدينا: $A \cup \bar{A} = S \Rightarrow P(A \cup \bar{A}) = P(S)$ (1)



بالتالي: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

حيث: $P(S) = 1$

$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ وهو المطلوب

3- الشرطين الأساسيين الواجب توافرهما لكي تكون الدالة f دالة كثافة احتمالية هما: دالة موجبة (0.5)

* $f(x) \geq 0$ (0.5)

* $\int_{IR} f(x)\,dx = 1$ (0.5)

4- أ- الحادث البسيط: هو الحادث الذي لا يتحقق إلا بنتيجة واحدة عند إجراء التجربة العشوائية، أي أنه يتكون من عنصر واحد (0.5)

ب- الحادث المركب: هو الحادث الذي يمكن تجزئته إلى حوادث بسيطة (0.5)

5- أ- الحوادث المستقلة: تكون الحوادث مستقلة إذا أن وقوع أحدها لا يؤثر ولا يتأثر بوقوع الآخر (0.5)

ب- الحوادث المتنافية: هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها في آن واحد، حيث وقوع أحدها ينفي وقوع الآخر (0.5)

$P(A) = 0.5 \quad P(B) = 0.6 \quad P(A \cap B) = 0.3$: حل التمرين الأول

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.6 - 0.3 = 0,8$ (1)
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0,2$ (1)
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.3 = 0.7$ (1)
- $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.3 = 0,2$ (1)
- $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.3}{0.6} = 0,5$ (1)

حل التمرين الثاني:

1 - احتمال ان تكون الوحدة المنتجة تالفة

باعتبار B حادث الوحدة التالفة

$$P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i) \cdot P(B/A_i)$$

(1) $= P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)$

$= 0.35 \times 0.01 + 0.2 \times 0.03 + 0.45 \times 0.02$

(1) $= 0,0185$

نستنتج أن: 1.85% من كل مقالات أن تكون الوحدة المنتجة تالفة

2 - إذا كانت الوحدة المنتجة تالفة (غير صالحة) فاحسب (05) احتمال أن تكون من انتاج الآلة A_2 ساوي الـ:

$$P(A_2/B) = \frac{P(A_2) \cdot P(B/A_2)}{P(B)} = \frac{0.2 \times 0,03}{0,0185} = 0,3243$$ (1) (1)

نستنتج ان: 32.43% من المقالات أن تكون الوحدة المنتجة تالفة من انتاج الآلة A_2 (0.5)

حل التمرين الثالث:

x	1	2	3	Σ	
$P(X=x_i)$	0,285	0,144	0,571	1	(0.5)
$xP(x)$	0,285	0,288	1,713	2,286	(0.5)
$(x-E(x))$	-1,286	0,286	0,714	/	حساب التباين باستخدام العبارة الأولى
$(x-E(x))^2$	1,653796	0,081796	0,509796	/	
$P(x)(x-E(x))^2$	0,47133186	0,01778624	0,29109351	0,774204	
x^2	1	4	9	/	حساب التباين باستخدام العبارة الثانية
$x^2P(x)$	0,285	0,576	5,139	6	

1- إعطاء الثابت k: $0,285+0,2k+0,571=1$ (0.5)

$0,856+0,2k=1 \Rightarrow 0,2k=0,144 \Rightarrow k=0,72$ (0.5)

2- أ- التوقع الرياضي: $E(x)=\sum_{i=1}^{3} xP(x=x_i)=2,286$ (0.5)

ب- التباين:

* العبارة الأولى: $V(X)=\sum_{i=1}^{3} P(x)(x-E(x))^2=0,774204$ (0.5)
* العبارة الثانية: $V(X)=E(x^2)-(E(x))^2$ (0.5)

$\Rightarrow V(x)=\sum_{i=1}^{3} x^2P(x)-(2.286)^2$

$\Rightarrow V(x)=0,774204$

ملاحظة: على الطالب استعمال عبارة واحدة فقط في حساب التباين

ج- الانحراف المعياري: $\sigma_x=\sqrt{V(x)}=\sqrt{0.774204}$ (0.5)

$\Rightarrow \sigma_x=0,87$