

الإجابة النموذجية لمقياس تحليل السلاسل الزمنية

الأسئلة النظرية:

1- شرح فرضية التشويش الأبيض: فرضية التشويش (الضجيج الأبيض): وهي فرضية خضوع حد الخطأ العشوائي للتوزيع الطبيعي بتوقع وتباين ثابتين، وعدم ارتباط ذاتي لحد الخطأ زمنياً.

2- الفرق بين اختبار ديكي فولر DF واختبار ديكي فولر المطور ADF : الأصل هو استخدام اختبار ديكي فولر DF ، وفي حالة انتهاك فرضية التشويش الأبيض لأخطاء نموذج هذا الاختبار يتم استخدام اختبار ديكي فولر المطور ADF والذي يعالج هذه المشكلة أي انتهاك فرضية التشويش الأبيض) بطريقة معلمية من خلال إضافة تباطؤات زمنية للمتغير التابع إلى غاية معالجة المشكلة ومن ثم القيام بالاختبار وفق نفس منهجية اختبار ديكي فولر العادي.

3- شروط استقرار السلسلة الزمنية:

تعتبر السلسلة الزمنية مستقرة إذا ما توفرت فيها الخصائص التالية:

$$\leftarrow \text{ثبات الوسط الحسابي لقيم السلسلة عبر الزمن: } E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu$$

\leftarrow التباين منته وثابت عبر الزمن:

$$Var(Y_t) = E[Y_t - E(Y_t)]^2 = Var(Y_{t+k}) = E[Y_{t+k} - E(Y_{t+k})]^2 = \sigma^2 < \infty, \forall t$$

\leftarrow أن يكون التباين المشترك بين أي قيمتين لنفس المتغير معتمداً على الفجوة الزمنية بين القيمتين، وليس على القيمة الفعلية للزمن

الذي يحسب عند التغير، أي التباين المشترك بين قيمتين لنفس السلسلة مستقل عن الزمن وثابت

$$cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = cov(Y_{t+k}, Y_{t+k+s}) = \gamma(k)$$

التمرين الأول:

تتضمن السلاسل الزمنية في الأشكال (1،2،3،4) المكونات التالية:

الشكل 1: اتجاه عام متناقص.

الشكل 2: المركبة الموسمية.

الشكل 3: اتجاه عام متزايد +مركبة فصلية متصاعدة.

الشكل 04: المركبة الدورية.

التمرين الثاني: 04 نقاط

1. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الاختبار الاحصائي التالي (اختبار تحليل التباين):

$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة} \\ H_1 : \text{وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة} \end{array} \right.$

والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = V_P / V_R \rightarrow F[(P - 1), (P - 1)(N - 1)]$$

حساب التباين الفصلي V_P :

$$V_P = S_P / (P - 1)$$

$$V_P = 23676.5 / (4 - 1)$$

$$V_P = 7892.166$$

حساب تباين البواقي V_R :

$$V_R = S_R / (P - 1)(N - 1)$$

$$V_R = 5742 / (4 - 1)(4 - 1)$$

$$V_R = 638$$

ويكون:

$$F_c = \frac{7892.166}{638}$$

$$F_c = 12.37 > F_{tab}^{0.05}(3.9) = 3.86$$

وعليه نرفض فرضية العدم H_0 بمستوي معنوية 5% ونقبل الفرضية البديلة H_1 ونقرر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

2. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوي معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة} \\ H_1 : \text{وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة} \end{array} \right.$

حساب التباين السنوي V_A

$$V_A = S^A / N - 1$$

$$V_A = 76743.5 / 3$$

$$V_A = 25581.166$$

والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = V^A / V_R \rightarrow F[(N - 1), (P - 1)(N - 1)]$$

$$F_c = 25581.166 / 638$$

$$F_c = 40.09 > F_{tab}^{0.05}(3.9) = 3.86$$

القرار:

نرفض الفرضية H_0 بمستوي معنوية 5% ونقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

وبالتالي فإن السلسلة المدروسة تحتوي على مركبتي الاتجاه العام والمركبة الفصلية.

التمرين الثالث:

• حساب التوقع $E(Y_t)$:

$$E(Y_t) = E(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t + \theta_2 \varepsilon_{t-1})$$

$$E(Y_t) = E(\theta_0) + E(\theta_1 \varepsilon_t) + E(\theta_2 \varepsilon_{t-1})$$

$$E(Y_t) = E(\theta_0) + \theta_1 E(\varepsilon_t) + \theta_2 E(\varepsilon_{t-1})$$

$$E(Y_t) = \theta_0 + \theta_1 * 0 + \theta_2 * 0$$

$$E(Y_t) = \theta_0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, n$$

نلاحظ مهما تغيرت قيمة الزمن t فان قيمة التوقع لا تتغير وبالتالي فإن التوقع ثابت ولا يعتمد

على الزمن.

• حساب التباين $Var(Y_t)$:

$$Var(Y_t) = Var(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t + \theta_2 \varepsilon_{t-1}) \quad \forall t = 1, 2, \dots, n$$

$$Var(Y_t) = Var(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t) + Var(\theta_2 \varepsilon_{t-1}) + 2cov(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t; \theta_2 \varepsilon_{t-1})$$

$$Var(Y_t) = Var(\theta_0) + \theta_1 Var(\varepsilon_t) + \theta_2 Var(\varepsilon_{t-1}) + 2 * 0$$

$$Var(Y_t) = \theta_1 \sigma^2 + \theta_2 \sigma^2 + 0$$

$$Var(Y_t) = (\theta_1 + \theta_2) \sigma^2$$

نلاحظ مهما تغيرت قيمة الزمن t فان قيمة التباين لا تتغير وبالتالي فإن التباين ثابت ولا يعتمد

على الزمن.

• حساب التباين $Cov(Y_t, Y_{t-k})$:

$$cov(Y_t, Y_{t-k}) = cov(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t + \theta_2 \varepsilon_{t-1}, \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-k} + \theta_2 \varepsilon_{t-k-1})$$
$$\forall k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$$

- إذا كان $k = 1$:

$$cov(Y_t, Y_{t-1}) = cov(\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_t + \theta_2 \varepsilon_{t-1}, \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$cov(Y_t, Y_{t-1}) = cov(\theta_2 \varepsilon_{t-1}, \theta_1 \varepsilon_{t-1})$$

$$cov(Y_t, Y_{t-1}) = \theta_2 \theta_1 cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-1})$$

$$cov(Y_t, Y_{t-1}) = \theta_2 \theta_1 Var(\varepsilon_{t-1})$$

$$cov(Y_t, Y_{t-1}) = \theta_2 \theta_1 \sigma^2$$

- إذا كان $k \geq 2$:

$$cov(Y_t, Y_{t-k}) = 0$$

ومنه:

$$cov(Y_t, Y_{t-k}) = \begin{cases} \theta_2 \theta_1 \sigma^2 & k = 1 \\ 0 & k \geq 2 \end{cases}$$

أي أن التباينات الذاتية ثابتة ولا تعتمد على الزمن وإنما تعتمد على الفجوة الزمنية k ومنه

يمكن القول أن السلسلة الزمنية مستقرة.