امتحان السداسي الاول 2024/ 2025.... مقياس النمذجة الإحصائية ... التوقيت: 1سا و 30 د

التمرين الأول: (14 ن)

في القطاع الإنتاجي و بهدف معرفة العلاقة بين الفائدة المحققة و تكاليف الإنفاق على الإشهار السنوية، كانت نتائج دراسة لعينة عشوائية مكونة من 15 مشاهدة

$$\sum(X_i-\overline{X})^2=3753.73 \quad \sum X_i=362 \quad \sum Y_i=938, \quad RSS=6137.72$$

$$\sum(Y_i-\overline{Y})^2=6269.73 \quad \sum e_i^2=132.01 \quad \sum X_iY_i=27437 \quad \sum X_i^2=12490 \quad \sum Y_i^2=64926$$

المطلوب:

1- نريد دراسة العلاقة الخطية بين المتغيرين أعلاه ، ماهو المتغير التابع و المتغير المستقل؟ (1)
2- لنقبل وجود علاقة خطية بين المتغيرين من الشكل $Y_t=\alpha+\beta X_t+\varepsilon_t$ قدر معالم النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية ؟ (2)
3- اختبر المعنوية الإحصائية لمعالم النموذج المقدرة عند مستوى معنوية 5%؟ (6)
4- احسب معامل التحديد؟ علق على النتيجة؟ (2)
5- استنتج معامل الارتباط بين المتغيرين؟ (1)
6- اختبر النموذج كليا بإستخدام جدول تحليل التباين ANOVA عند مستوى معنوية 5%؟ (2)

التمرين الثاني(04 ن):

لتكن لديك المعطيات التالية الخاصة بإنتاج القمح ومتغيرين مستقلين هما كمية السماد و عدد ساعات العمل

انتاج القمح (طن/ هكتار) y	2	2,8	3,5	4,2	5	5,8	6,5	7	7,5	8
كمية السماد (كلغ /هكتار) X1	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275
عدد ساعات العمل (ساعة /هكتار)X2	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65

المطلوب:

1- إذا علمت أن العلاقة خطية من الشكل $Y_t=b_0+b_1X_{1t}+b_2X_{2t}+\varepsilon_t$ ، اكتب النموذج بشكله المصفوفي ؟ (2)
2- أعطي العلاقة (بالمصفوفات) التي تمكننا من حساب معالم النموذج وفق طريقة OLS ؟ (2)

أسئلة نظرية (02 ن) :

1- ماذا يمثل مقياس معامل التحديد؟ (1)
2- اذكر ثلاث مشاكل قياسية تتسبب في مصداقية نموذج الانحدار الخطي البسيط أو المتعدد؟ (1)

تعطى القيم المساعدة كالتالي:

$$t_{13}^{0.05}=2,16.....F_{1,13}^{0.05}=4.67.....F_{1,15}^{0.05}=4.54$$

بالتوفيق للجميع

الاجابة النموذجية لقياس
النمذجة الاحصائية
ماستر 1 محاسبة وجباية

التمرين الأول: (14 ن)

1) المتغير المستقل: تكاليف الاتفاقة على الاشهار
المتغير التابع: الفائدة المحققة

2) تقدير معالم النموذج $y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$ باستخدام طريقة المربعات الصغرى

لدينا حسب طريقة المربعات الصغرى العادية OLS

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$$

حيث $n = 15$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{362}{15} = 24,13 \quad ; \quad \sum x_i y_i = 27437$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{938}{15} = 62,53 \quad ; \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 3753,73$$

إذن

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{27437 - 15(24,13)(62,53)}{3753,73} = 1,28$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} = 62,53 - 1,28(24,13) = 31,64$$

إذن النموذج المقدر هو: $\hat{y}_t = 31,64 + 1,28 x_t$

3- اختبار المعنوية الاحصائية لمعالم النموذج المقدرة عند مستوى دلالة 5% ($\hat{\alpha}, \hat{\beta}$)

- نقوم باختبار الفرضيات

$\hat{\alpha} = 0 : H_0$ ، $\hat{\alpha} \neq 0 : H_1$ ← ليست معنوية احصائيا

$\hat{\beta} = 0 : H_0$ ، $\hat{\beta} \neq 0 : H_1$ ← معنوية احصائيا (1)

- نحسب القيمتين $t_{\hat{\alpha}}$ ، $t_{\hat{\beta}}$ ← $t_{\hat{\alpha}} = \left|\frac{\hat{\alpha}}{\sigma_{\hat{\alpha}}}\right|$ ، $t_{\hat{\beta}} = \left|\frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}}\right|$ (1)

- ونقارنها بالقيمة الجدولية: t^{α}_{n-2} حيث

$$t^{\alpha}_{n-2} = t^{0,05}_{15-2} = t^{0,05}_{13} = \boxed{2,16}$$

- حساب $\sigma^2_{\hat{\alpha}}$ ، $\sigma^2_{\hat{\beta}}$ لدينا:

$$\sigma^2_{\hat{\alpha}} = \sigma^2_{\varepsilon}\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}\right)$$

$$\sigma^2_{\hat{\beta}} = \sigma^2_{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sum (X_i - \bar{X})^2}\right)$$ (1)

$$\sigma^2_{\varepsilon} = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$\sigma^2_{\varepsilon} = \frac{132,01}{13}$$

$$\boxed{\sigma^2_{\varepsilon} = 10,15}$$ (1)

$$\Rightarrow \sigma^2_{\hat{\alpha}} = 10,15\left(\frac{1}{15} + \frac{(24,13)^2}{3753,73}\right)$$

$$\sigma^2_{\hat{\alpha}} = 2,25 \Rightarrow \boxed{\sigma_{\hat{\alpha}} = 1,50}$$ (1)

$$\sigma^2_{\hat{\beta}} = 10,15\left(\frac{1}{3753,73}\right) = 0,0027 \Rightarrow \boxed{\sigma_{\hat{\beta}} = 0,0519}$$

- حساب $t_{\hat{\alpha}} = \left|\frac{\hat{\alpha}}{\sigma_{\hat{\alpha}}}\right| = \left|\frac{31,64}{1,50}\right| = \boxed{21,09}$ ✓

$t_{\hat{\beta}} = \left|\frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}}\right| = \left|\frac{1,28}{0,0519}\right| = \boxed{24,66}$ ✓ (1)

بما أن كلا من $t_{\hat{\alpha}}$ ، $t_{\hat{\beta}}$ المحسوبة أكبر من $t = 2,16$ الجدولية إذن نقبل كلتا الحالتين H_1 ونرفض H_0 إذن كلا من $\hat{\alpha}$ ، $\hat{\beta}$ معنويتان إحصائيا

(4) حساب معامل التحديد R^2

(1) $R^2 = \frac{\sum(\hat{Y}-\bar{Y})^2}{\sum(Y_i-\bar{Y})^2} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum(Y_i-\bar{Y})^2}$ ✓

$= 1 - \frac{132,01}{6269,73} = 0,9789$

$R^2 = \frac{RSS}{TSS} = \frac{6137,72}{6269,73} = 0,9789$ ✓

أي $R^2 = 97,89\%$ أي أن 97,89% من التغيرات التي تطرأ على الظاهرة المدروسة يشرحها الانحدار الخطي. (1) ✓

⑤ - استنتاج معامل الارتباط بين المتغيرين r_{xy} ✓

① $r_{xy} = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,9789} = \boxed{0,9893}$

⑥ اختبار النموذج كليا باستخدام جدول تحليل التباين: ANOVA ✓

مصدر التباين	مجموع مربعات الانحرافات	درجة الحرية	متوسط	معيار فيشر
الانحرافات $\hat{Y}$ خط الانحدار	$RSS = 6137,72$ $\Sigma(\hat{Y}-\bar{Y})^2$	$K=1$	$\Sigma(\hat{Y}-\bar{Y})^2/K = \frac{6137,72}{1}$	$F_c = \frac{6137,72/1}{132,01/13}$
انحرافات e_i الأخطاء (البواقي)	$ESS = 132,01$ $\Sigma(Y_i-\hat{Y})^2 = \Sigma e_i^2$	$n-K-1 = 13$	$\Sigma(Y_i-\hat{Y})/n-K$ $= \frac{132,01}{13}$	
الانحرافات الكلية Y_i	$TSS = 6269,73$ $\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2$	$n-K = 14$		$F_c = 604,406$

② إذن $\boxed{F_c = 604,406}$ وحسب الفرضية ✓

$H_0 : \beta = 0$ ، النموذج ليس معنوي و R^2 غير موضوعي

$H_1 : \beta \neq 0$ ، " معنوي و R^2 موضوعي نقارن $F_c = 604,406$ بـ $F_T = F_{13}^{0,05} = 4,67$ إذن F_c أكبر من F_T ومنه نقبل H_1 ونرفض H_0 أي أن النموذج معنوي كليا و R^2 موضوعي ✓

التمرين الثاني: (4 ن)

1- كتابة النموذج بشكله المصفوفي:

لدينا:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ 2,8 \\ \vdots \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 50 & 20 \\ 1 & 75 & 25 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 275 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_{15} \end{pmatrix}$$

(15×1) (15×3) (3×1) (15×1)

2- العلاقة التي تمكننا من حساب معالم النموذج

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

أبسط نظرية

1- معامل التحديد: يمثل نسبة شرح القاهرة او القوة التفسيرية للنموذج

2- ثلاث مشاكل قياسية

- الارتباط الذاتي للأخطاء
- عدم ثبات تباين الاخطاء
- التوزيع غير طبيعي للأخطاء.

بالتوفيق للجميع