الأسئلة النظرية :

1/ نقول عن مقدر نقطي بأنه غير متحيز إذا كان التوقع الرياضي للمقدر يساوي قيمة المعلمة.

$$E(\bar{x}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right) = \frac{1}{n} E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \frac{1}{n} \cdot n E(x_i) = \mu$$ (1)

$E(\bar{x})=\mu$ وعليه $\bar{x}$ مقدر غير متحيز لمتوسط المجتمع "μ".

$$E(\hat{p}) = E\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{1}{n} E(x)$$ (0,5)

بما أن $x \sim \beta(n,p)$ فإن: $E(x) = n.p$ وعليه:

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{n} \cdot n.p = p$$ (0,5)

$E(\hat{p})=p$ وعليه $\hat{p}$ مقدر غير متحيز لنسبة الصفة في المجتمع "p".

2/ نختار المقدر الذي لتوزيع معاينته التباين الأقل. (1)

3/ نستخدم توزيع ستودنت في تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين

لما: حجم إحدى أو كلا العينتين صغير وتباين المجتمعين مجهولين (1)
(أو σ_1 و σ_2 مجهولين)
والمجتمعان يتبعان توزيعا طبيعيا.

4/ $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{e}\right)^2$ (1) 1/4

حتى نكون واثقين بنسبة $(1-\alpha)100\%$ بأن كمية الخطأ في تقدير μ لا تزيد عن قيمة معينة e فإن حجم العينة الأدنى الواجب اختياره هو $\left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{e}\right)^2$.

(المجتمع طبيعي و σ معلوم)

Scanner avec
Balayage rapide

التمرين الأول :-

$p_1 = 0,04$ ، $q_1 = 1 - p_1 = 0,96$ ، $n_1 = 90$

$p_2 = 0,02$ ، $q_2 = 1 - p_2 = 0,98$ ، $n_2 = 95$

1/ حساب $P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0) =$

$$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \sim N(\mu_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2} \, , \, \sigma_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2})$$

$$\mu_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2} = p_1 - p_2 = 0,04 - 0,02 = 0,02$$

$$\sigma_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot q_1}{n_1} + \frac{p_2 \cdot q_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{0,04 \cdot 0,96}{90} + \frac{0,02 \cdot 0,98}{95}} = 0,025$$

$$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \sim N(0,02 \, , \, 0,025)$$

$$Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - \mu_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}}{\sigma_{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}}$$

$$P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0) = P\left(Z \geq \frac{0 - 0,02}{0,025}\right) = P(Z \geq -0,8)$$

$$= 1 - P(Z < -0,8)$$

$$= 1 - 0,2119$$

$$= 0,7881$$

2/ حساب $P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0,05)$

$$P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0,05) = P\left(Z \geq \frac{0,05 - 0,02}{0,025}\right) = P(Z \geq 1,2)$$

$$= 1 - P(Z < 1,2)$$

$$= 1 - 0,8849 = 0,1151$$

التمرين الثاني:

$n = 75$ $\quad \bar{x} = 72$ $\quad S = 8$

1/ $\bar{x} = 72$ هو مقدر نقطي لمتوسط علامات الاحصاء لطلبة السنة الثانية قسم التجارة (U). (0,1)

2/ $I_{1-\alpha} = \left[\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}} \; ; \; \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}} \right]$ (0,1)

• أو يمكن كتابة مجال الثقة من الشكل: $\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq U \leq \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}}$

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975$

• $z_{1-\alpha/2} = z_{(0,975)} = 1,96$ (0,1)

• $\sigma_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{75}} = 0,923$ (0,2)

(0,2) (0,2)

$I_{0,95} = \left[72 - 1,96 \cdot 0,923 \; ; \; 72 + 1,96 \cdot 0,923 \right]$ (0,2)

$I_{0,95} = \left[70,19 \; ; \; 73,81 \right]$ (0,2)

نحن على ثقة بنسبة 95٪ بأن متوسط علامات الاحصاء لطلبة السنة الثانية قسم التجارة محصور بين 70,19 و 73,82 علامة

-

$\bar{x}_1 = 72$ ، $n_1 = 75$ ، $S_1 = 8$

$\bar{x}_2 = 66$ ، $n_2 = 50$ ، $S_2 = 6$

$1 - \alpha = 0,9$

Scanner avec
Balayage rapide

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$$ (0,1)

- $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 72 - 66 = 6$ (0,2)

$\alpha = 0,1 \Rightarrow \alpha/2 = 0,05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95$

- $z_{1-\alpha/2} = z_{(,95)} = 1,65$ (0,1)

- $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$ (0,2) $= \sqrt{\frac{(8)^2}{75} + \frac{(6)^2}{50}}$ (0,2) $= 1,254$ (0,2)

$6 - 1,65 \cdot 1,254 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 6 + 1,65 \cdot 1,254$

$3,93 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 8,07$ (0,2)

نحن على ثقة بنسبة 90٪ بأن الفرق بين متوسطي علامات الاحصاء لطلبة السنة الثانية في قسمي التجارة والاقتصاد محصور بين 3,93 و 8,07 علامات.

*ملاحظة:

(في حالة قام الطالب باعتماد عدد تين فقط وراء الفاصلة عند حساب $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$ أو $\sigma_{\bar{x}}$ يأخذ العلامة كاملة

التمرين الثالث:

اختبار ذو إتجاهين

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 32000 \\ H_1 : \mu \neq 32000 \end{cases}$$ (0,75)

$n = 36$ $\quad \bar{x} = 36200$ (0,25) $\quad S = 8400$ $\quad \alpha = 0,01$

- حساب إحصائية الاختبار:

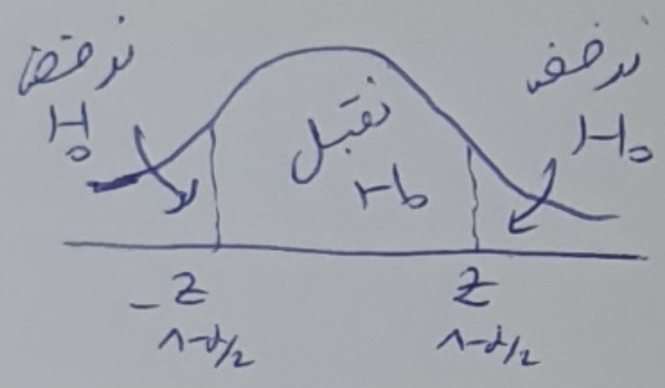
$$Z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$$ (0,5)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{8400}{\sqrt{36}} = 1400$$ (0,25) (0,25)

$$Z_{cal} = \frac{36200 - 32000}{1400}$$ (0,25)

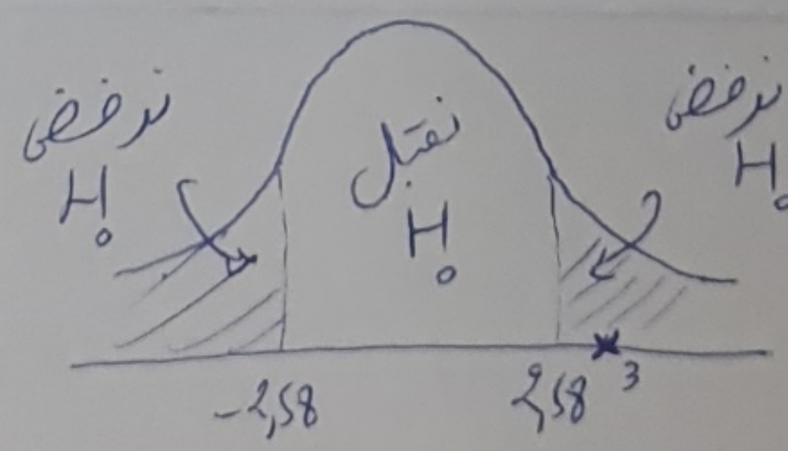
$$Z_{cal} = 3$$ (0,5)

- حساب القيم الحرجة:



$\alpha = 0,01 \Longrightarrow \alpha/2 = 0,005 \Longrightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995$

- $Z_{(1-\alpha/2)} = Z_{(0,995)} = 2,58$ (0,5)
- $-Z_{(1-\alpha/2)} = -Z_{(995)} = -2,58$ (0,5)



(0,75) (0,5)

بما أن Z_{cal} تقع في منطقة الرفض أي $Z_{cal} > Z_{1-\alpha/2}$ فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 عند مستوى معنوية 1٪ مايعني أن متوسط العمولات المدفوعة سنويا من قبل الشركة قد تغير مايتطلب تغيير إدارة سياسة الشركة.