الاجابة النموذجية لإمتحان
الدورة العادية لمقياس "احصاء 4"

التمرين الاول: (06 ن)

① - خطوات اختبار الفرضية الاحصائية

- صياغة الفرضيات H_0 ، H_1
- تحديد مستوى المعنوية / ونوع التوزيع / القيم الحرجة
- تحديد ← وحساب الإحصائية (الاختبار)
- مقارنة القيمة الاحصائية بالحرجة ومواضعها من القيم الحرجة
- اتخاذ القرار

② (2)

② - يتم استخدام توزيع ستيودنت اذا كان تباين المجتمع (σ^2) مجهول وحجم العينة اقل من 30 مشاهدة (2)

③ المقدرات غير المتحيزة لدينا

كلما كان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$E(T_1) = E(X_1) = \boxed{\mu}$$

$$E(T_2) = E\left(\frac{1}{2}(X_1 + X_2)\right) = \frac{1}{2}[E(X_1) + E(X_2)] = \boxed{\mu}$$

$$E(T_3) = E\left(\frac{1}{3}(X_1 + 2X_2)\right) = \frac{1}{3}[E(X_1) + 2E(X_2)]$$

$$= \frac{1}{3}(\mu + 2\mu) = \boxed{\mu}$$

(2)

$$E(T_4) = E(\overline{X}) = E\left(\frac{\sum X_i}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

$$= \frac{n\mu}{n} = \boxed{\mu}$$

اذن المقدرات الاربعة T_1, T_2, T_3, T_4 غير متحيزة للمتوسط الحسابي μ

التمرين الثاني: (08 ن)

لدينا:

الخلية الأولى	الخلية الثانية
$n_1 = 32$	$n_2 = 38$
$\mu_1 = 10,65$	$\mu_2 = 10,08$
$\sigma_1 = 1,46$	$\sigma_2 = 3$

1 - توزيع المعاينة للوسط الحسابي في العينتين (الفوجين)

لدينا:

في الخلية الأولى

$$\mu_{\bar{x}_1} = \mu_1 = 10,65$$

$$\sigma_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_1}} = \sqrt{\frac{(1,46)^2}{32}} = 0,25$$ (1)

في الخلية الثانية:

$$\mu_{\bar{x}_2} = \mu_2 = 10,08$$

$$\sigma_{\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{x_2}^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{(3)^2}{38}} = 0,48$$ (1)

2-1 احتمال أن يكون معدل الفوج الثاني أكبر من معدل الفوج الأول أي:

$$P(\bar{X}_2 > \bar{X}_1) = P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 > 0)$$

$$= P\left(\frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - \mu_{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)}}{\sigma_{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)}} > \frac{0 - \mu_{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)}}{\sigma_{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)}}\right)$$ (1)

$$P\left(z > \frac{0-(\mu_2-\mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right) = P\left(z > \frac{0-(10,08-10,65)}{\sqrt{\frac{(1,46)^2}{32}+\frac{3^2}{38}}}\right)$$ (1)

$$= P(z > 1,03)$$

$$= 1 - P(z \leq 1,03)$$

$$= 1 - 0,8484$$

$$= 0,1515$$ (1)

3- نسبة النجاح في الفوجين (العينتين)

$$\hat{P}_1 = P_1 = 0,61$$

$$\hat{P}_2 = P_2 = 0,67$$ (1)

1- احتمال أن تكون نسبة النجاح في الفوج الأول أكبر من نسبة النجاح في الفوج الثاني:

$$P(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 > 0) = P\left(\frac{(\hat{P}_1-\hat{P}_2)-\mu_{(\hat{P}_1-\hat{P}_2)}}{\sigma_{(\hat{P}_1-\hat{P}_2)}} > \frac{0-\mu_{(\hat{P}_1-\hat{P}_2)}}{\sigma_{(\hat{P}_1-\hat{P}_2)}}\right)$$

$$= P\left(z > \frac{0-(\hat{P}_1-\hat{P}_2)}{\sqrt{\frac{P_1Q_1}{n_1}+\frac{P_2Q_2}{n_2}}}\right)$$ (1)

$$= P\left(z > \frac{0-(0,61-0,67)}{\sqrt{\frac{(0,61)(0,39)}{32}+\frac{(0,67)(0,33)}{38}}}\right)$$

$$= P(z > 0,72) = 1 - P(z < 0,72)$$

$= 1 - 0,69847$

$= 0,30153 = 30,15\%$ (1)

التمرين الثالث: 6 ن

$N = 3200$, $n = 200$. $\bar{X} = 780$

$\alpha = 0,05$ $\quad 1 - \alpha = 0,95$ مستوى الثقة

$\boxed{Z_{1-\alpha/2} = 1,96}$ (1) $\quad \sigma_x = 40$

. فترة الثقة لمتوسط العمر الزمني للمصابيح μ

$$\mu \in \left[\bar{X} - Z_{1-\alpha/2} \sigma_{\bar{X}} \; , \; \bar{X} + Z_{1-\alpha/2} \sigma_{\bar{X}} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-n}} \quad (1) \quad \text{حيث}$$

باستخدامنا معامل التصحيح لأن $0,05 < \frac{n}{N} = \frac{3200}{200} = 0,0625$

فإن الفترة هي: (1)

$$\mu \in \left[\bar{X} - Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \; , \; \bar{X} + Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right]$$

(1) (1)

$$\mu \in \left[780 - (1,96) \frac{40}{\sqrt{200}} \sqrt{\frac{3200-200}{3200-1}} \; , \; 780 + (1,96) \frac{40}{\sqrt{200}} \sqrt{\frac{3200-200}{3200-1}} \right]$$

بالتعويض نجد

فإن:

$$\mu \in [774,64 \; , \; 785,36] \quad (1)$$