جامعـــــــة باتنـــــة 1

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم: التعليم الأساسي

باتنة في: 2025/01/16
المدة: ساعة ونصف

امتحان السداسي الأول في مقياس: الاحصاء I

الأسئلة النظرية: (06 نقاط)

1- إذا كان $\overline{X}_G$: يمثل الوسط الهندسي، أثبت أن: $\log \overline{X}_G = \frac{\sum n_i \log x_i}{N}$.

2- ما الفرق بين المدى العام والمدى الربيعي؟

3- على ماذا يعتمد الرقم القياسي للأسعار لكل من: لاسبير وباش في عملية الترجيح؟

4- فسر القيم التالية لمعامل الارتباط: $r = +1$, $r = 0$, $r = -1$، مع التوضيح بالرسم (شكل الانتشار).

التمرين الأول: (06 نقاط)

السلسلتان A وB تمثلان نقاط طالبين في ثمانية مقاييس مرتبة ترتيبا تصاعديا، كما يلي:

A: 6, 7, 8, 10, 10, 12, 13, 14.

B: 7, 8, 10, 10, 10, 10, 10, 15.

المطلوب:

1- أحسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للسلسلتين: A وB، ماذا تستنتج؟

2-أحسب المدى العام للسلسلتين: A وB، ماذا تستنتج؟

3- أحسب المدى الربيعي للسلسلتين: A وB، ماذا تستنتج؟

التمرين الثاني: (08 نقاط)

الجدول التالي يمثل توزيع الأراضي الفلاحية بالهكتار على مجموعة(A) مكونة من 50 فلاح كما يلي:

مساحة الأراضي: هكتار	]40-30]	]50-40]	]60-50]	]70-60]	[80-70]
$fc\uparrow$: عدد الفلاحين	5	25	35	45	50

المطلوب:

1- أوجد قيم التكرارات: n_1، n_2، n_3، n_4، n_5.

2- أحسب متوسط مساحة الأراضي الزراعية الموزعة على الفلاحين.

3- أحسب مساحة الأراضي الزراعية التي تقسم العدد الإجمالي للفلاحين إلى قسمين متساويين.

4- أحسب مساحة الأراضي الزراعية التي يتحصل عليها أغلب الفلاحين.

5- أحسب التباين ثم أوجد قيمة الانحراف المعياري.

6- بافتراض أن هناك مجموعة أخرى (B) من الفلاحين في منطقة أخرى وسطها الحسابي: 58 هكتار، وتباينها يساوي إلى: 144 هكتار.

- أي المجموعتين أكثر تشتتا؟

أساتذة المقياس

بالتوفيق

تصحيح الموضوع النموذجي لامتحان السداسي الأول في مقياس: الإحصاء 1

الإجابة على المسألة الأولى:

1- لدينا: $\bar{x}_G = \sqrt[N]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_n^{n_n}}$ (0.25)

$\Rightarrow \bar{x}_G = \left[x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_n^{n_n}\right]^{\frac{1}{N}}$ (0.25) ومنه:

$\Rightarrow \log \bar{x}_G = \log\left[x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_n^{n_n}\right]^{\frac{1}{N}}$ (0.25) بالتالي:

$\Rightarrow \log \bar{x}_G = \frac{1}{N} \log\left[x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_n^{n_n}\right]$ (0.25) فإن:

$\Rightarrow \log \bar{x}_G = \frac{1}{N}\left[\log x_1^{n_1} + \log x_2^{n_2} + \dots + \log x_n^{n_n}\right]$ (0.25) إذن:

$\Rightarrow \log \bar{x}_G = \frac{1}{N}\left[n_1 \log x_1 + n_2 \log x_2 + \dots + n_n \log x_n\right]$ (0.25)

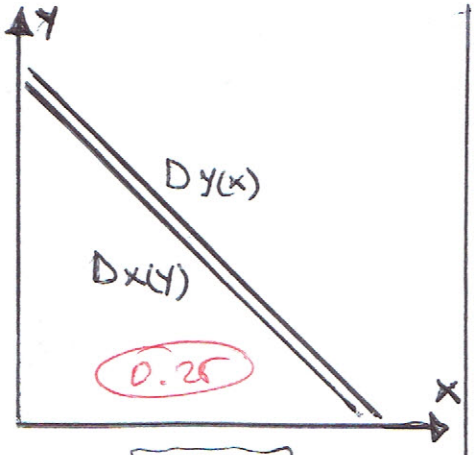
$\Rightarrow \boxed{\log \bar{x}_G = \frac{\sum n_i \log x_i}{N}}$ وهو المطلوب

(1) 2- أ- المدى العام: هو مقياس من مقاييس التشتت المطلق الذي يمثل الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في توزيع إحصائي.

ب- المدى الربيعي: هو أيضا مقياس من مقاييس التشتت المطلق، الذي يمثل الفرق بين الربيع الثالث والأول، بالتالي فهو يقيس تشتت 50% من الوحدات التي تقع في منتصف التوزيع الإحصائي. (1)

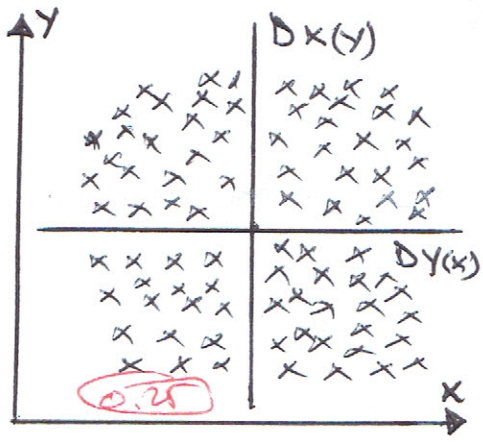
3- أ- يحقق الرسم القياسي لـ: X سيم للأسعار: في التوزيع في مكيات سنة الأساس. (0.5)

ب- يحقق الرسم القياسي لـ: ماش للأسعار: في التوزيع في مكيات سنة المقارنة. (0.5)



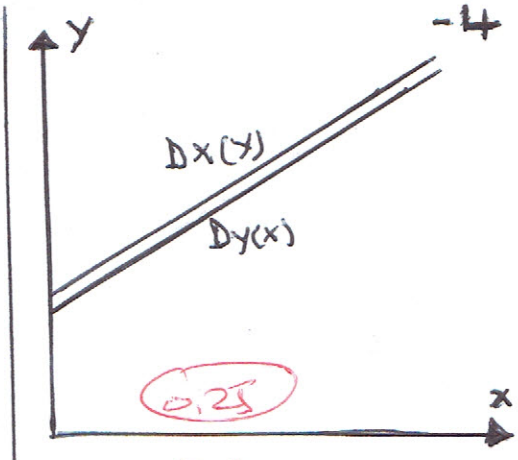
0.25

$r = -1$



0.25

$r = 0$



0.25

$r = +1$

تكون المستقيمين $Dy(x)$ و $Dx(y)$ متعامدين، بالتالي تكون النقاط الممثلة للقيم الحقيقية (x_i, y_i) مبعثرة، وليس لها اي اتجاه، في هذه الحالة $r = 0$ (لا يوجد أي ارتباط بين x و y).

0.25

تكون المستقيمين $Dy(x)$ و $Dx(y)$ متقاربة في حدة الحالة $r = -1$ (يوجد ارتباط عكسي تام بين x و y).

0.25

تكون المستقيمين $Dy(x)$ و $Dx(y)$ متقاربة في حدة الحالة $r = +1$ (يوجد ارتباط طردي تام بين x و y).

0.25

حل التمرين 2 كالتالي:

	Q_1		$Me.x$		Q_3		
A:	6 . 7	8 . 10	10 . 12		13 . 14		$N=8$
B:	7 . 8	10 . 10	10 , 10		10 . 15		$N=8$
	① ②	③ ④	⑤	⑥	⑦	⑧	الترتيب التصاعدي:
	6.25		4.5		6.75		

1 - أ - الوسط الحسابي للسلسلتين A و B:

- $\overline{X_A} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{80}{8} \Rightarrow \boxed{\overline{X_A} = 10/20}$ 0.25
- $\overline{X_B} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{80}{8} \Rightarrow \boxed{\overline{X_B} = 10/20}$ 0.25

ب - الوسيط للسلسلتين A و B:

- رتبة الوسيط: $\frac{N+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \Rightarrow$ $Me.x_{(A)} = 10/20$ (0.25) (0.25)
- رتبة الوسيط: $\frac{N+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \Rightarrow$ $Me.x_{(B)} = 10/20$ (0.25) (0.25)

ج - المنوال للسلسلتين A و B:

- $Mo.x_{(A)} = 10/20$ (0.25)
- $Mo.x_{(B)} = 10/20$ (0.25)

نستنتج أن: للسلسلتين A و B نفس القيمة المتوسطة (المركزية)

(0.25) $\bar{x} = Me.x = Mo.x = 10/20$

2 - المدى العام للسلسلتين A و B:

- $e_{(A)} = e_N - e_0 = 14 - 6 \Rightarrow e_{(A)} = 8/20$ (0.25) (0.25)
- $e_{(B)} = e_N - e_0 = 15 - 7 \Rightarrow e_{(B)} = 8/20$ (0.25) $\Rightarrow e_{(A)} = e_{(B)} = 8/20$

نستنتج أن: للسلسلتين A و B نفس المدى العام، بالتالي لا يمكن (0.25) استخدامه لمقارنة تشتت السلسلتين (A) و (B).

3 - أ - المدى الربيعي للسلسلة (A):

- رتبة $Q_{1(A)}$: $\frac{N+1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4} = 2.25 \Rightarrow Q_{1(A)} = 7.5/20$ (0.25) (0.25)
- رتبة $Q_{3(A)}$: $3\frac{(N+1)}{4} = \frac{3(8+1)}{4} = 6.75 \Rightarrow Q_{3(A)} = 12.5/20$ (0.25) (0.25)

$\Rightarrow IQ_{(A)} = Q_{3(A)} - Q_{1(A)} = 12.5 - 7.5 \Rightarrow IQ_{(A)} = 5/20$ (0.25)

ب - المدى الربيعي للسلسلة (B):

- رتبة $Q_{1(B)}$: $\frac{N+1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4} = 2.25 \Rightarrow Q_{1(B)} = 9/20$ (0.25) (0.25)
- رتبة $Q_{3(B)}$: $3\frac{(N+1)}{4} = \frac{3(8+1)}{4} = 6.75 \Rightarrow Q_{3(B)} = 10/20$ (0.25) (0.25)

$\Rightarrow IQ_{(B)} = Q_{3(B)} - Q_{1(B)} = 10 - 9 \Rightarrow IQ_{(B)} = 1/20$ (0.25)

نستنتج أن: تشتت 50% من القيم في السلسلة (B) أكبر منه في السلسلة (A). (0.25)

حل التمرين الثالث:

1- إيجاد قيم التكرارات:

- $n_1 = 5$ (0.25)
- $n_2 = 25 - 5 = 20$ (0.25)
- $n_3 = 35 - 25 = 10$ (0.25)
- $n_4 = 45 - 35 = 10$ (0.25)
- $n_5 = 50 - 45 = 5$ (0.25)

f_{ci} ↗	e_i بالهكتار
0	30
5	40
(25)	(50)
35	60
45	70
50	80

$\frac{N}{2} =$ ← $Me.x$

$n_i c_i^2$	c_i^2	$n_i c_i$	c_i مركز الفئة	a_i طول الفئة	n_i عدد الفلاحين	X: مساحة الأراضي (بالهكتار)
6125	1225	175	35	10	5	]40 - 30]
40500	2025	900	45	10	d_1 (20)	]50 - 40]
30250	3025	550	55	10	d_2 (10)	]60 - 50]
42250	4225	650	65	10	10	]70 - 60]
28125	5625	375	75	10	5	[80 - 70]
147250	/	2650	/	/	50	المجموع

(0.5) (0.5) (0.5) (0.5) (0.5)

- $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = \frac{2650}{50} \Rightarrow \boxed{\bar{X} = 53 \text{ هكتار}}$ (0.25)
- $\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25 \Rightarrow \boxed{Me.x = 50 \text{ هكتار}}$ (0.25) (0.25) — 2
- $Mo.x = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a = 40 + \frac{15}{15+10} \times 10 \Rightarrow \boxed{Mo.x = 46 \text{ هكتار}}$ (0.25) — 3

(0.25) $L = 40$, $d_1 = 20 - 5 = 15$, $d_2 = 20 - 10 = 10$, $a = 50 - 40 = 10$

- $V(X) = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \left[\frac{\sum n_i c_i}{N}\right]^2 = \frac{147250}{50} - \left[\frac{2650}{50}\right]^2 = 136$ (0.25) — 4
- $\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{136} \Rightarrow \boxed{\sigma_X = 11.66 \text{ هكتار}}$ (0.25) (0.25) — 5

ب-

- $CV_{X(A)} = \frac{\sigma_{X(A)}}{\bar{X}_{(A)}} \times 100 = \frac{11.66}{53} \times 100 \Rightarrow \boxed{CV_{X(A)} = 22\%}$ (0.25) (0.25) — 6
- $CV_{X(B)} = \frac{\sigma_{X(B)}}{\bar{X}_{(B)}} \times 100 = \frac{12}{58} \times 100 \Rightarrow \boxed{CV_{X(B)} = 20.68\%}$ (0.25) (0.25)
- $\sigma_{X(B)} = \sqrt{V(X)_{(B)}} = \sqrt{144} \Rightarrow \boxed{\sigma_{X(B)} = 12 \text{ هكتار}}$ (0.25)

حيث: $CV_{X(A)} > CV_{X(B)}$ ، بما أن: المجموعة (A) أكثر تشتتا من المجموعة (B). (0.25)