الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء:

حل التمرين الأول:

$\mu = 2000, \qquad \delta = 200,$

$x \sim N(\mu . \delta) \implies x \sim N(2000. 200)$

$Z \sim N(0.1) \;/\; Zi = \frac{xi-\mu}{\delta}$

- حساب احتمال أن تنتج المؤسسة 2200 وحدة على الأكثر.

$$1)\; P(x \leq 2200) = p(z \leq \frac{xi-\mu}{\delta}) = p(z \leq \frac{2200-2000}{200})$$
$$= p(z \leq 1) = 0.8413 ....(ن\ 1.5)$$

- حساب احتمال أن تنتج المؤسسة 1800 وحدة على الأقل.

$$2)\; P(X \geq 1800) = P(Z \geq \frac{1800-2000}{200}) = P(Z \geq -1)$$
$$= p(z \leq 1) = 0.8413 ....(ن\ 1.5)$$

- حساب احتمال أن تنتج المؤسسة عدد وحدات محصور بين 1800 و 2200 وحدة.

$$3)\; P(1800 \leq X \leq 2200) = p(\frac{1800-2000}{200} \leq Z \leq \frac{2200-2000}{200})$$
$$= p(-1 \leq Z \leq 1) = p(z \leq 1) - p(z \leq -1)$$
$$= 0.8413 - 0.1587 = 0.6826 ....(ن\ 1.5)$$

- حساب قيمة x:

$$P(xi \leq X \leq \mu) = p(\frac{xi-2000}{200} \leq Z \leq \frac{2000-2000}{200}) = 0.1554$$
$$= p(\frac{xi-2000}{200} \leq Z \leq 0) = 0.1554$$
$$= p(z \leq 0) - p(z \leq \frac{xi-2000}{200}) = 0.1554$$
$$= 0.5 - p\left(z \leq \frac{xi-2000}{200}\right) = 0.1554$$
$$= p(z \leq \frac{xi-2000}{200}) = 0.5 - 0.1554$$
$$= p(z \leq \frac{xi-2000}{200}) = 0.3446 ....(1)$$

من الجدول قيمة Z المقابلة للاحتمال 0.6554 هي 0.4- إذن:

$$p(z \leq -0.4) = 0.3446 ....(2)$$

من (1) و(2) نجد :

$$\frac{xi-2000}{200}=-0.4$$
$$xi-2000=-0.4*200$$
$$xi=2000-0.4*200$$
$$xi=1920$$ ....(ن 2.5)

حل التمرين الثاني:

دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الأسي:

$$F(x)=p(X\leq xi)=1\text{-}e^{-\lambda X} \quad /\boldsymbol{\lambda}=\frac{1}{\mu}=\frac{1}{200}$$
$$x\longrightarrow\infty$$

$$F(x)=p(X\leq xi)=1\text{-}e^{-\frac{1}{200}X}$$ ....(ن 1)

- حساب احتمال أن يعيش المصباح 150 ساعة على الأكثر:

$$p(X\leq 150)=F(150)=1\text{-}e^{-\frac{150}{200}}=1\text{-}e^{-0.75}=1\text{-}0.4724=0.5276$$ ....(ن 1.5)

حساب احتمال أن يعيش المصباح 250 ساعة على الأقل:

لدينا:

$$\mathrm{p}(X\geq xi)=e^{-\lambda X}$$

إذن:

$$\mathbf{p}(X\geq \mathbf{250})=\boldsymbol{e}^{-\frac{250}{200}}=\boldsymbol{e}^{-1.25}=0.2865$$ ....(ن 1.5)

حل التمرين الثالث:

التوزيع الملائم لهذه التجربة هو التوزيع ثنائي الحدين حيث تتوفر فيها خصائص هذا التوزيع ".التجربة ذات حدين (نجاح وفشل أي منتج معيب ومنتج سليم) والمحاولات مستقلة، وبالتالي احتمال النجاح والفشل ثابتين (لأن احتمال النجاح معطى ثابت) والمتغير العشوائي يهتم بعدد مرات الحصول على حالة النجاح X : (عدد مرات الحصول على منتج معيب) (ن1)

- مجموعة تعريف المتغير العشوائي x : التجربة العشوائية تتضمن خمس محاولات مستقلة، وبالتالي مجموعة تعريف المتغير العشوائي x تكون كما يلي:

X = (0 . 1. 2. 3. 4. 5) ....(ن 0.5)

- الدالة الاحتمالية لتوزيع المتغير العشوائي x "منتج معيب":

من معطيات التمرين أن نسبة المنتج المعيب هي0.02 وبالتالي تمثل هذه النسبة نسبة النجاح، بالمقابل نسبة الفشل 0.98.

P=0.02,   q=1-p =1-0.02=0.98

وبذلك تكون الدالة الاحتمالية لتوزيع ذي الحدين للمنتج المعيب كما يلي: (1ن)

$$x\sim B(5\,;0.02)$$

$$p(x=xi)=\begin{cases} c_5^x 0.02^x\ 0.98^{5-x} & / \quad X:\ 0,1,2,3,4,5 \\ 0 & / \quad \text{x :عند أي قيمة أخرى ل} \end{cases}$$

- **حساب احتمال الحصول على منتجين معيبين:** (1ن)

- $p(x=2)=\ c_5^2 0.02^2\ 0.98^{5-2}\ = 0.0038 \qquad / \quad c_5^2\ =\ \frac{5!}{(5-2)!2!}= 10$

- **حساب احتمال سحب منتجين معيبين على الأكثر:** (1.5ن)

- $F(2)=p(X\leq 2)\ =\sum_5^{xi} c_5^x\ 0.4^x\ 0.6^{5-x}=\ p(x=0)+\ p(x=1)+\ p(x=2)$

$=c_5^0 0.02^0\ 0.98^{5-0}\ +\ c_5^1 0.02^1\ 0.98^{5-1}+c_5^2 0.02^2\ 0.98^{5-2}=$

$0.9039+0.0922+0.0038=0.9999$

- التوزيع الملائم لهذه التجربة (السحب غير محدود) هو التوزيع الهندسي لتوفر شروطه وهي أن التجربة ذات حدين، والمتغير العشوائي يهتم بعدد المحاولات اللازمة للحصول على أول حالة نجاح (منتج معيب) وعدد السحبات غير محدد أي غير منته (1ن) أي:

$$x \sim Geo(0.02)$$

مجموعة تعريفه: (0.5ن)

x: $(1,2,3,,,,,,,,,\infty$

دالته الاحتمالية:

$$p(x=xi)=\begin{cases} 0.02 * 0.98^{x-1} & x:\ (1,2,3,,,,,,,,,\infty) \\ 0 \quad / & \text{x :عند أي قيمة أخرى ل} \end{cases}$$

- حساب احتمال الحصول على أول منتج معيب لأول مرة في السحبة الأولى: (1ن)

$p(x=1)=0.02 * 0.98^{1-1}=0.02$

- حساب احتمال الحصول على أول منتج معيب لأول مرة في السحبة الثانية على الأقل: (1.5ن)

$p(x\geq 2)=1-p(x\leq 1)=1-p(x=1)=1-\ 0.02 * 0.98^{1-1}=1-0.02=0.98$