جامعة العقيد الحاج لخضر- باتنة 1 -
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم التعليم الأساسي

العام الدراسي 2021/2020
السنة الأولى LMD

الإجابة النموذجية لاختبار السداسي الثاني في مادة الرياضيات II

مدة الامتحان: ساعة

التمرين الأول (6 ن)

$$F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -2x + 3y = 0\}$$

$-2(6) + 3(4) = -12 + 12 = 0$ (0,5)

إذن $(6,4) \in F$

$-2(1) + 3(1) = -2 + 3 = 1 \neq 0$ (0,5)

إذن $(1,1) \notin F$

(1) نستنتج أن F غير خالية لأنها حوت على الأقل عنصرا وهو الشعاع $(6,4)$.

(4)

$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad \forall u, v \in F : \alpha u + \beta v \in F$? (0,5)

لنأخذ $u = (x,y), v = (\dot{x},\dot{y})$

$u \in F \iff -2x + 3y = 0$ (0,5)

$v \in F \iff -2\dot{x} + 3\dot{y} = 0$ (0,5)

$\alpha u + \beta v = \alpha(x,y) + \beta(\dot{x},\dot{y}) = (\alpha x + \beta\dot{x}, \alpha y + \beta\dot{y})$ (0,5)

$-2(\alpha x + \beta\dot{x}) + 3(\alpha y + \beta\dot{y}) = -2\alpha x - 2\beta\dot{x} + 3\alpha y + 3\beta\dot{y}$ (0,5)

$= \alpha(-2x + 3y) + \beta(-2\dot{x} + 3\dot{y}) = \alpha(0) + \beta(0) = 0$ (0,5)

ومنه $\alpha u + \beta v \in F$ (0,5) إذن F فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^2$ (0,5)

أو

طريقة أخرى

(4)

$\forall u, v \in F : u - v \in F$? (0,25)

$u - v = (x,y) - (\dot{x},\dot{y}) = (x - \dot{x}, y - \dot{y})$ (0,5)

$-2(x - \dot{x}) + 3(y - \dot{y}) = -2x + 2\dot{x} + 3y - 3\dot{y}$ (0,5)

$= -2x + 3y - (-2\dot{x} + 3\dot{y}) = 0 - 0 = 0$ (0,5) (0,25)

إذن $u - v \in F$ (0,25)

$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \quad \forall u \in F : \alpha u \in F$? (0,25)

$\alpha u = \alpha(x,y) = (\alpha x, \alpha y)$ (0,5)

$-2(\alpha x) + 3(\alpha y) = \alpha(-2x + 3y) = \alpha(0) = 0$ (0,5) (0,25)

إذن $\alpha u \in F$ (0,25)

ومنه F فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^2$

التمرين الثاني (8 ن)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 11 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -6 & -1 \\ 7 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 6 & 7 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3B = 3\begin{pmatrix} 0 & -6 & -1 \\ 7 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -18 & -3 \\ 21 & -6 & 18 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$5M = 5\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 11 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 40 & 15 \\ 55 & 0 & 15 \\ -10 & -20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$5M - B = \begin{pmatrix} 5 & 40 & 15 \\ 55 & 0 & 15 \\ -10 & -20 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -6 & -1 \\ 7 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 46 & 16 \\ 48 & 2 & 9 \\ -8 & -20 & 9 \end{pmatrix}$$

$$M + B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 11 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -6 & -1 \\ 7 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 18 & -2 & 9 \\ -4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

(4) لا يساوي عدد أسطر A (3) لأن عدد أعمدة M لا يمكن حساب الجداء MA

$$tr(M) = 1 + 0 + 2 = 3 \quad , \quad tr(B) = 0 + (-2) + 1 = -1$$

$$tr(A) = 1 + 0 + 0 + 8 = 9$$

$$M^t = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -2 \\ 8 & 0 & -4 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} , \quad B^t = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -2 \\ -6 & -2 & 0 \\ -1 & 6 & 1 \end{pmatrix} , \quad A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 6 & 0 & -2 & 7 \\ -2 & 9 & 0 & 5 \\ -1 & 3 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$a_{14} = -1 \ , \quad a_{13} = -2 \ , \quad a_{32} = -2 \ , \quad a_{43} = 5 \ , \quad a_{41} = 6$$

التمرين الثالث (6 ن)

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

1/ الشكل المصفوفي للجملة هو $AX = B$ حيث

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2/ الجملة تقبل حلاً وحيدا $\Leftrightarrow det(A) \neq 0$

$$det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = +(1)\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= [(0)(1) - (2)(1)] - [(1)(1) - (2)(2)] + [(1)(1) - (0)(2)]$$

$$= [0 - 2] - [1 - 4] + [1 - 0] = -2 + 3 + 1 = 2 \neq 0$$

ومنه الجملة تقبل حلًا وحيدا.