

الحل النموذجي للامتحان الأول في مقياس الاحصاء - 3- تخصص تسيير

حل التمرين الأول:

المعطيات: $n = 36$ ، $\mu = 5$ ، $\delta = 3$

بما أن المجتمع موزع توزيع طبيعي وانحرافه معلوم فإن توزيع المعاينة للوسط أيضا موزع توزيع طبيعي أي:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}} \quad \text{و} \quad \bar{X} \sim N(\mu_{\bar{x}}, \delta_{\bar{x}}),$$

1 حساب أولًا متوسط المعاينة للوسط:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 5$$

2. حساب انحراف المعاينة للوسط.

بما أن حجم المجتمع مجهول فإنه يعتبر لا نهائي، (غير محدود) وبالتالي انحراف المعاينة يحسب كما يلي:

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} =$$

3. حساب احتمال أن يكون متوسط زمن وصول الطلبة أكبر من 6 أيام

$$P(\bar{X} > 6) = p\left(z > \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}}\right) = p\left(z > \frac{6 - 5}{0.5}\right) = p(z > 2)$$

$$= 1 - p(z \leq 2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772$$

$$P(\bar{X} > 6) = 0.0228$$

4. حجم المجتمع: $N = 500$

أ. حساب متوسط المعاينة للوسط:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 5$$

2. حساب انحراف المعاينة للوسط: يجب التأكد ما إذا كان المجتمع محدود.

إذا كان $n > 0.05N$ فإن المجتمع محدود.

$$\text{لدينا } n = 36 \text{ إذن: } 36 > 25 \Rightarrow 36 > 0.05(500) ?$$

وبالتالي المجتمع محدود و $\delta_{\bar{x}}$ تحسب كما يلي:

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{3}{\sqrt{36}} \sqrt{\frac{500-36}{500-1}} = 0.48$$

$$P(5 < \bar{X} < 6) = p\left(\frac{\bar{x}_1 - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}} < z < \frac{\bar{x}_2 - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}}\right) = p\left(\frac{5-5}{0.48} < z < \frac{6-5}{0.48}\right)$$

$$p(0 < z < 2.08) = p(z \leq 2.08) - p(z < 0) = \Phi(2.08) - \Phi(0) = 0.9812 - 0.5$$

$$P(5 < \bar{X} < 6) = 0.4812$$

حل التمرين الثاني: $n = 36$ ، $\mu_0 = 15$ ، $s = 2$

- صياغة الفرضيات: من خلال المثال نستنتج أن الاختبار ذو ذيل واحد من اليمين حيث نريد معرفة ما إذا كان سعر السهم قد ارتفعت فعلا عن العام الماضي، مما يبين أن الفرضيات ستكون من الشكل:

$$H_0: \mu = \mu_0 = 15$$

$$H_1: \mu > 15$$

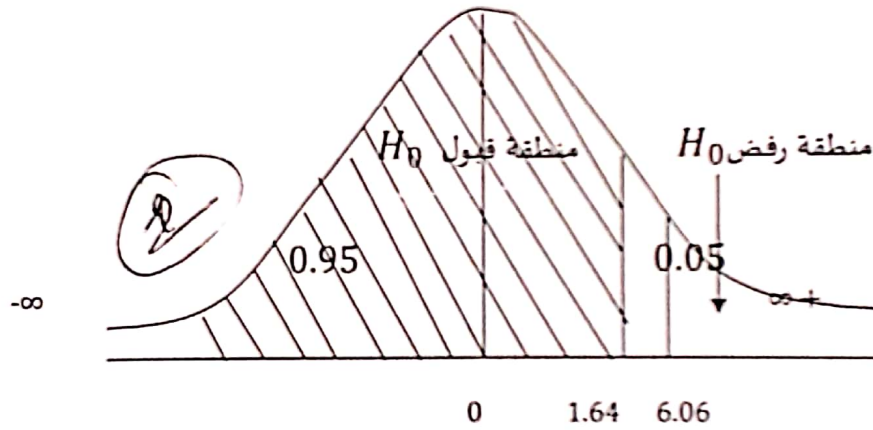
2- تحديد المناطق الحرجة:

- توزيع المعاينة لمتوسط سعر السهم هو توزيع طبيعي لأن حجم العينة كبير، وبالتالي سيتم استخدام جدول توزيع Z لاستخراج القيمة المعيارية الجدولية " Z_{Tab} " لتحديد المناطق الحرجة.

- من خلال شكل الفرضية البديلة فإن الاختبار ذو ذيل واحد من اليمين، وبالتالي القيمة المعيارية الجدولية " Z_{Tab} " ستكون عند $1 - \alpha$ بمعنى أننا سنبحث عن $Z_{1-\alpha}$ من جدول توزيع Z، ولأن مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ فإن:

$$Z_{Tab} = 1.64 \quad \text{إذن:} \quad Z_{1-\alpha} = Z_{0.95} = 1.64 \quad (\text{من الجدول})$$

والشكل الموالي يبين مناطق قبول ورفض H_0 .



3- حساب إحصاءة الاختبار:

$$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{17 - 15}{\frac{2}{\sqrt{36}}} = +6.06 \quad / \quad \delta_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Z_{Cal} = +6.06$$

4- اتخاذ القرار: نلاحظ أن القيمة المعيارية المحسوبة Z_{Cal} أكبر من الجدولية Z_{Tab} أي:

$$|Z_{Cal}| > Z_{Tab} \Rightarrow (|+6.06| > 1.64)$$

وبالتالي القيمة المعيارية المحسوبة Z_{Cal} تقع في منطقة رفض H_0 ، وبالتالي رفض الفرضية العدمية H_0 وقبول الفرضية البديلة H_1 ، وبالتالي متوسط سعر السهم ارتفع فعلا عن العام الماضي، والارتفاع الذي توضحه بيانات العينة

حقيقي