كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

امتحان في مقياس الإحصاء 3 للسنة الثانية: تخصص اقتصاد وعلوم تجارية

يوم 2021 /04/08 المدة : ساعة

التمرين الأول: (6 نقاط)

أظهر تحقيق عند سكان مدينة ما أن متوسط قامة السكان يساوي 170 سم $= m$ بانحراف معياري 6 سم $= \sigma$.
نعتبر القامة متغير عشوائي x يتبع التوزيع طبيعي.

1- أوجد نسبة السكان ذات قامة تتراوح بين 160 و182 سم. (3 نقاط)

2- إذا كانت نسبة السكان الذين تقل قامة كل منهم القيمة X_0 هي 99%، أوجد قيمة X_0. (3 نقاط)

التمرين الثاني: (7 نقاط)

متوسط مدة العطلة السنوية لأساتذة جامعة بانتة يساوي 8.5 أسبوع، لنفرض أن هذه القيمة الأخيرة (8.5) تمثل متوسط المجتمع بانحراف معياري 2.2 أسبوع. إذا قمنا بسحب عينة عشوائية بسيطة حجمها 50 أستاذ،

1- ما هو احتمال أن يكون متوسط العينة محصورا بين 7.5 و9.5 أسبوع. (3 نقاط)

2- استخدم باحث عينات عشوائية بسيطة حجم كل منها من: $n_1 = 10$ ، $n_2 = 30$ ، $n_3 = 40$
من بين هاته العينات الثلاث ماهي العينة (أو العينات) الملائمة التي تسمح باستخدام التوزيع الطبيعي لوصف توزيع المعاينة لمتوسط العينة $\bar{x}$ ؟ برر إجابتك. (نقطتين)

3- حدد توزيع معاينة $\bar{x}$ في حالة كون التوزيع الملائم هو التوزيع الطبيعي. (نقطتين)

التمرين الثالث: (7 نقاط)

من أجل تقدير متوسط إنفاق كل زبون من زبائن محل تجاري قمنا بسحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من 49 زبون. لنفرض أن الانحراف المعياري للمجتمع يساوي 250 دج

أ- أحسب الخطأ المعياري $\sigma_{\bar{x}}$. (نقطتين)

ب- أحسب هامش الخطأ المناسب عند مستوى ثقة 95%.(نقطتين)

ج- إذا كان متوسط العينة يساوي 2260 دج، أوجد مجال الثقة لمتوسط المجتمع عند مستوى ثقة 95%. (ثلاث نقاط)

بالتوفيق

الإجابة النموذجية
امتحان في مقياس "إحصاء 3".
يوم 08/04/2021 -
تخصص : اقتصاد و علوم تجارية .

التمرين 1 :

1/ $P(160 < X < 182)$

$X \sim \mathcal{N}(m=170; \sigma=6)$.

$\Rightarrow P\left(\frac{160-170}{6} < t < \frac{182-170}{6}\right) = P(-1,66 < t < 2)$

$P(-1,66 < t < 2) = P(t < 2) - P(t < -1,66)$.

$P(t < -1,66) = 1 - P(t < 1,66)$

$\Rightarrow P(-1,66 < t < 2) = P(t < 2) - [1 - P(t < 1,66)]$

$= 0,9772 - [1 - 0,9515] \Rightarrow$

$\boxed{P(160 < X < 182) = 0,9287}$

وبالتالي 92,87% من سكان المدينة قامتهم تتراوح بين 160 سم و 182 سم

2/ $P(X < X_0) = 0,99$ ويجب استنتاج قيمة X_0 .

$P(X < X_0) = 0,99$

نستنتج من جدول التوزيع الطبيعي الانحرافي أن

$\frac{X_0 - m}{\sigma} = 2,33 \Rightarrow \frac{X_0 - 170}{6} = 2,33$

$\Rightarrow X_0 = 170 + 6 \times 2,33 = 183,98$ سم

$\boxed{X_0 = 183,98 \text{ سم}}$

هذه النتيجة أن السكان الذين لهم قامة تساوي 183 لهم قامة أكبر من قامة 99% من سكان المدينة.

التمرين 2 :

1/ $P(7,5 < \bar{x} < 9,5)$

نعلم أن $\bar{x}$ هو متوزع حسب توزيع طبيعي $N(m=8,5;\sigma_{\bar{x}})$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ مع $\sigma = 2,2$ و $n = 50$ $\Leftarrow$

$\bar{x} \sim N(m=8,5 ; \sigma_{\bar{x}} = 0,311)$

$P(7,5 < \bar{x} < 9,5) = P\left(\frac{7,5-8,5}{0,311} < t < \frac{9,5-8,5}{0,311}\right)$

$= P(-3,22 < t < +3,22)$

$= P(t < 3,22) - P(t < -3,22)$

$= P(t < 3,22) - [1 - P(t < 3,22)] \Rightarrow$

$\boxed{P(7,5 < \bar{x} < 9,5) = 0,9988}$

2/ $n_2 = 30$ و $n_3 = 40$ هي العينتين اطلاقا من العينتين التي تسمح باستخدام التوزيع الطبيعي لأن حجمها يساوي أو أكبر من 30 و بالتالي يسمح بتطبيق نظرية الحد المركزي.

3/ أ. في حالة $n_2 = 30$ لدينا $\bar{x}$ متوزع حسب توزيع طبيعي مع $m = 8,5$ و $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2,2}{\sqrt{30}} = 0,40$

$\bar{x} \sim N(8,5 ; 0,40)$

ب. في حالة $n_3 = 40$ نطبق نفس الطريقة و نجد

$\bar{x} \sim N(m=8,5 ; \sigma_{\bar{x}} = \frac{2,2}{\sqrt{40}})$ ، $\sigma_{\bar{x}} = 0,35$

التمرين 3 :

أ. $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{250}{\sqrt{49}} = \frac{250}{7} = 35,71$ دج

ب. حساب هامش الخطأ عند مستوى 95% .

هامش الخطأ $= z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma_{\bar{x}}$

لدينا $\alpha = 5\% \Leftarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$ و من جدول التوزيع الطبيعي نعطي $z_{0,025} = 1,96$

و بالتالي هامش الخطأ $= 1,96 \times 35,71 = 70$ دج

ج. إذا كان $\bar{x} = 2260$ دج يصبح مجال الثقة المناسب لمستوى 95% هو : $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}}$

مع $z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} = 70$.

و بالتالي جدول الثقة هو :

$[2260 - 70 ; 2260 + 70]$

$[2190 \text{ دج} ; 2330 \text{ دج}]$.