جامعة باتنة 1 - الحاج لخضر

كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير - قسم التعليم الأساسي

السداسي: 2 | مقياس: الرياضيات 2

المستوى: 1 ليسانس ج. م. | السنة الجامعية: 2023 \ 2024

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية

- **التمرين الأول:** (04 نقاط) أسئلة نظرية

1. ماذا يقصد بمعادلة تفاضلية متجانسة؟ $\boxed{1ن}$

المعادلة التفاضلية هي معادلة المجهول فيها هو دالة y، تتضمن الدالة و مشتقاتها. م. ت. متجانسة معناه بدون طرف ثاني.

2. كيف تحسب المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة للمتغير x للدالة $f(x,y)$ ؟

لحساب المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة للمتغير x للدالة $f(x,y)$ نعتبر الدالة ذات متغير واحد فقط في x و نعامل y كأنه ثابت، نطبق قواعد الاستقاق المعتادة على $f(x,y)$ بالنسبة لـ x .

3. متى نقول عن مصفوفة ما أنها قابلة للقلب؟

نقول عن مصفوفة ما أنها قابلة للقلب إذا كان لدينا مصفوفة مربعة $n\times n$ و المحدد لا يساوي صفر.

4. إذا كان في جملة المعادلات الخطية عدد المعادلات يساوي إلى عدد المجاهيل، ماذا تستنتج بالنسبة لمصفوفة الجملة؟

نستنتج أن مصفوفة الجملة هي مصفوفة مربعة. إذن يمكننا التفكير في حل الجملة باستخدام ط. كرامر أو ط. قلب م المعاملات.

- **التمرين الثاني:** (07 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية التالية: $y''+5y'+6y=0$

لدينا المعادلة المميزة: $r^2+5r+6=0$ $\boxed{0,25ن}$

مميز هذه المعادلة هو: $\boxed{0,25ن}$ $\Delta=b^2-4ac=1>0$

إذن للمعادلة المميزة حلين مختلفين: $r_1=-3,\ r_2=-2$ $\boxed{0,5ن}$

و حلول المعادلة التفاضلية: $y=c_1e^{-3x}+c_2e^{-2x},\ c_1,\,c_2\in\mathbb{R}$ $\boxed{0,5ن}$

a) إيجاد الحل تحت الشرط: $y(0)=1$ و $y'(0)=0$

لدينا:

$$y(0)=1\Rightarrow c_1+c_2=1$$
$$y'(0)=0\Rightarrow -3\,c_1-2\,c_2=0$$
$\boxed{0,5ن}$

حلول ج. المعادلات: $\begin{cases}c_1+c_2=1\\-3\,c_1-2\,c_2=0\end{cases}$ هي: $c_1=3,\ \ c_2=-2$ $\boxed{0,5ن}$

و منه الحل الخاص لم. ت. الذي يحقق الشرط هو: $\boxed{0,5ن}$ $y=3e^{-3x}-2e^{-2x}$

.2

لدينا g دالة ذات متغيرين x, y و: $g(x,y) = 5x^2 - 6xy + 2x + 2y^2 - 2y + 1$

a) لنكتب التفاضل الكلي للدالة g :

لدينا : $dg = g'_x\,dx + g'_y\,dy$ $\boxed{0,5\text{ن}}$

و لدينا: $\boxed{0,5\text{ن}}$ $g'_x = 10x - 6y + 2, \qquad g'_y = -6x + 4y - 2$ $\boxed{0,5\text{ن}}$

إذن: $dg = (10x - 6y + 2)\,dx + (-6x + 4y - 2)\,dy$

$\boxed{0,25\text{ن}}$

b) تعيين المشتقات الجزئية الثانية لـ g :

لدينا: $g'_x = 10x - 6y + 2, \; g'_y = -6x + 4y - 2$

و منه:

$\boxed{1\text{ن}}$

$$g''_x = 10, \qquad g''_y = 4$$
$$g''_{yx} = -6, \qquad g''_{xy} = -6$$

c) لنعين نوع النقطة الحرجة $B(1,2)$:

لدينا: $\boxed{0,25\text{ن}}$ $g''_x > 0$, $\Delta = g''_x\,g''_y - (g''_{xy})^2 = 4 > 0$ $\boxed{0,25\text{ن}}$ $\boxed{0,5\text{ن}}$

إذن النقطة $B(1,2)$ نهاية حدية صغرى. $\boxed{0,25\text{ن}}$

• **التمرين الثالث: (09 نقاط)**

.1

a) تعيين المصفوفة C : $\boxed{0,5\text{ن}}$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

b) تعيين كل من: $\boxed{0,75\text{ن}}$ $B^t = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\quad tr(A) = -3 + (-1) = -4, \quad -B = \begin{pmatrix} -5 & 2 \end{pmatrix},$

c) حساب محدد المصفوفة :

$$\det C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -5 \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 1$$ $\boxed{1,5\text{ن}}$

لدينا $\det C = 1 \neq 0$ ، إذن المصفوفة C قابلة للقلب . $\boxed{0,5\text{ن}}$

d) حساب : C^{-1} .

لدينا: $$C^{-1} = \frac{1}{\det C}\, adj(C)^t$$ $\boxed{0,5\text{ن}}$

$\boxed{0,25\text{ن}}$ $$adj(C) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ $\boxed{2\text{ن}}$

e) كتابة جملة المعادلات الخطية :

$\boxed{0,5\text{ن}}$ $$AX = B^t \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + y = 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z &= 1 \\ -2x - 4y - 5z &= 2 \\ 3x + 5y + 6z &= 3 \end{cases} \qquad (S)$$

لدينا:

$$(S) \Leftrightarrow CX = D$$ 0,5ن

بحيث:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

لدينا: $\det C = 1 \neq 0$ ، إذن للجملة حل وحيد و يمكن استخدام طريقة قلب مصفوفة المعاملات:

و منه:

0,75ن

$$X = C^{-1} D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix}$$

0,5ن

إذن الحل هو:

$$x = 13, \qquad y = -12, \qquad z = 4$$ 0,75ن